The Japan Society of Mechanical Engineers

日本機械学会論文集(A 編)
61 巻 587 号(1995-7)

論文 No. 94-1273

一様でない長柱の細長比について*

杉 山 吉 彦*1, 大 朝 隆 光*2

Effective Slenderness Ratio for Long Columns Having Different Cross Sections

Yoshihiko SUGIYAMA and Takamitsu OHTOMO

The present paper deals with the effective slenderness ratio of long columns having different cross sections. First the slenderness ratio defined in current standards is discussed to clarify the difficulties which arise when the ratio is applied to columns having different cross sections. Secondly, a new effective slenderness ratio is proposed for columns having different cross sections. Finally, the proposed effective slenderness ratio is applied to a two-cylinder column having piece wise constant cross sections and a cylindrical column having linearly varying diameter.

Key Words: Column, Buckling, Slenderness Ratio, Two-Cylinder Column

1. 緒　　言

断面が一様なプランジャで構成される油圧シリンダの有効細長比については,『昇降機の技術基準の解説』(1) の中でその計算方法が示されており, その数値が 250 以下となるように規定されている.

しかし, テレスコピックシリンダのように断面が一様でないプランジャで構成される油圧式多段シリンダの有効細長比については, 一部の論文(2) で発表されているが, 理論的に吟味された考え方が国内ではいまだ確立されていないようである.

本報では, 部分有効細長比の概念を導入することにより, 断面が一様でない長柱に関する, より合理的な有効細長比の計算方法を提案する.

2. 断面積の異なる二段長柱の有効細長比

2・1 従来の考え方(2)(3)　図 1 に示す二段長柱モデルにおいて, オイラーの理論より求めた座屈荷重を P とし, Span 2 の断面を基準とした次式を満たす係数 ϕ_2 を導入する.

$$P=\phi_2\cdot\frac{\pi^2 EI_2}{L^2} \quad\cdots\cdots(1)$$

式(1)は, 等価断面二次モーメント $\phi_2\cdot I_2$ を有する長さ L の断面一様柱で, 支持条件が両端回転におけるオイラーの座屈荷重を表しており, その等価モデルを図 2 に示す. 図 2 において,

I_2'：等価断面二次モーメント　$=\phi_2\cdot I_2$
A_2'：等価断面積

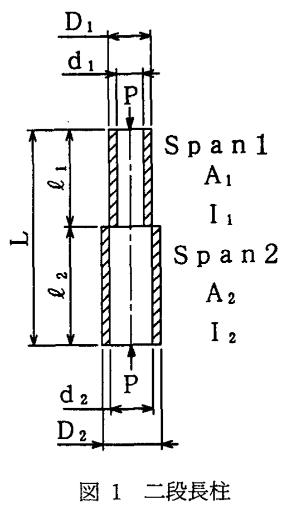

図 1　二段長柱

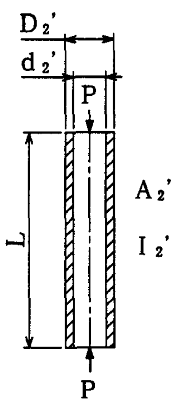

図 2　等価モデル

* 原稿受付　1994 年 8 月 8 日.
*1 正員, 大阪府立大学工学部 (〒593 堺市学園町 1-1).
*2 森田ポンプ(株) (〒544 大阪市生野区小路東 5-5-20).

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Mechanical Engineers

d_2', D_2'：等価内径および外径

を示す．

ここで，$d_2/D_2=d_2'/D_2'$ と仮定すると，次式が得られる．

$$D_2'=\sqrt[4]{\phi_2}\cdot D_2 \quad \cdots\cdots(2)$$

$$d_2'=\sqrt[4]{\phi_2}\cdot d_2 \quad \cdots\cdots(3)$$

$$A_2'=\sqrt{\phi_2}\cdot A_2 \quad \cdots\cdots(4)$$

したがって等価モデルの有効細長比 λ_2' は，次式となる．

$$\lambda_2'=L\sqrt{\frac{A_2'}{I_2'}}=\frac{L}{\sqrt[4]{\phi_2}}\cdot\sqrt{\frac{A_2}{I_2}}=\frac{1}{\sqrt[4]{\phi_2}}\cdot\frac{4L}{\sqrt{D_2^2+d_2^2}} \quad \cdots\cdots(5)$$

式(5)が，現在推奨されている計算式である．

2·2 従来の考え方の問題点

2·2·1 座屈応力　図1に示す二段長柱モデルにおけるSpan 2の座屈応力を σ_2 とすると，図2の等価モデルにおける座屈応力 σ_2' は，次式で表される．

$$\sigma_2'=\frac{P}{A_2'}=\frac{P}{\sqrt{\phi_2}\cdot A_2}=\frac{\sigma_2}{\sqrt{\phi_2}} \quad \cdots\cdots(6)$$

この値は，実座屈応力に対応していない．

2·2·2 Span 1基準の等価有効細長比と座屈応力

Span 1の断面を基準にすると，等価モデルの有効細長比 λ_1' は，次式で表すことができる．

$$\lambda_1'=\frac{1}{\sqrt[4]{\phi_1}}\cdot\frac{4L}{\sqrt{D_1^2+d_1^2}} \quad \cdots\cdots(7)$$

ここで，ϕ_1 は次式を満たす係数である．

$$P=\phi_1\cdot\frac{\pi^2EI_1}{L^2} \quad \cdots\cdots(8)$$

しかし従来の方法は，Span 1の断面を基準にした等価有効細長比について言及していない．

また，図1に示すSpan 1の座屈応力を σ_1 とすると，Span 1の断面を基準にした等価モデルの座屈応力 σ_1' は，

$$\sigma_1'=\frac{P}{\sqrt{\phi_1}\cdot A_1}=\frac{\sigma_1}{\sqrt{\phi_1}} \quad \cdots\cdots(9)$$

である．一方，図2の等価モデルでの座屈応力は式(6)で与えられている．座屈応力に注目するのであれば，断面積の小さいSpan 1の座屈応力に着目すべきである．しかし，従来の方法は，座屈応力についても言及していない．

2·2·3 両端支持条件およびSpan長さ　式(5)で示される等価有効細長比は，次の条件下で定義されている．

支持条件：両端回転

Span長さ：$l_1=l_2$

さらに，図3に示す三段長柱については，図3右に示す条件下で式(5)を適用することになっている．

したがって，$l_1\neq l_2\neq l_3$，両端回転支持以外の条件，あるいは四段以上の長柱等，一般的な長柱に対して式(5)を適用できない．

3. 本報の考え方

3·1 部分有効細長比　断面一様柱の有効細長比 λ_L は，次式で与えられる．

$$\lambda_L=\frac{1}{\sqrt{\phi}}\cdot\frac{L}{\kappa}=\frac{L}{\sqrt{\phi}}\cdot\sqrt{\frac{A}{I}} \quad \cdots\cdots(10)$$

ϕ：端末支持条件係数

L：長柱の長さ

κ：断面二次半径

A：長柱の断面積

I：断面二次モーメント

式(10)は，断面二次半径 κ を基準とした長さ L の長柱の無次元長さを表しており，断面一様柱に対して成立する．

図4に示すように座屈荷重 P を受けている断面が一様でない長柱は，これを断面が一様とみなせる微小長さの柱要素に分割することにより，一様断面をもつ柱要素を接続したものとして考えることができる．

ここで，断面が一様とみなせる柱要素 l_k の断面を

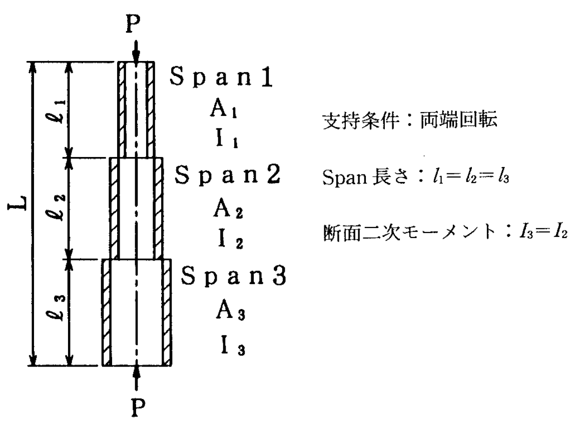

図3 三段長柱

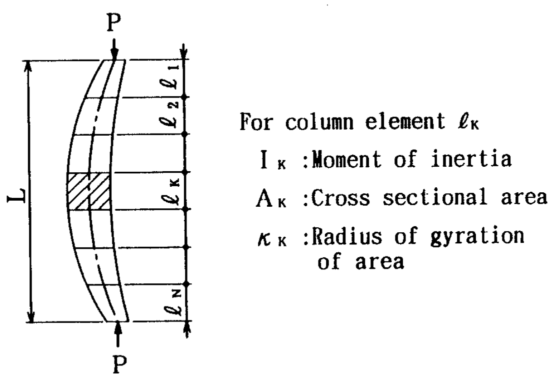

図4 断面が一様でない長柱

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Mechanical Engineers

基準とした次式を満たす係数 ϕ_K を導入する。

$$P=\phi_K\cdot\frac{\pi^2 EI_K}{L^2}\cdots\cdots(11)$$

係数 ϕ_K は，柱要素 l_K と同一断面形状をもつ長さ L の断面一様柱における端末支持条件係数を表している。長さ l_K をもつ断面一様柱の有効細長比 λ_K を，次式で表し，これを部分有効細長比と呼ぶ。

$$\lambda_K=\frac{1}{\sqrt{\phi_K}}\cdot\frac{l_K}{\chi_K}=\frac{l_K}{\sqrt{\phi_K}}\cdot\sqrt{\frac{A_K}{I_K}}\cdots\cdots(12)$$

したがって，図4に示す断面が一様でない長柱の全有効細長比 λ_L は，次式として表すことができる。

$$\lambda_L=\sum_{K=1}^{N}\lambda_K=\sum_{K=1}^{N}\frac{l_K}{\sqrt{\phi_K}}\cdot\sqrt{\frac{A_K}{I_K}}\cdots\cdots(13)$$

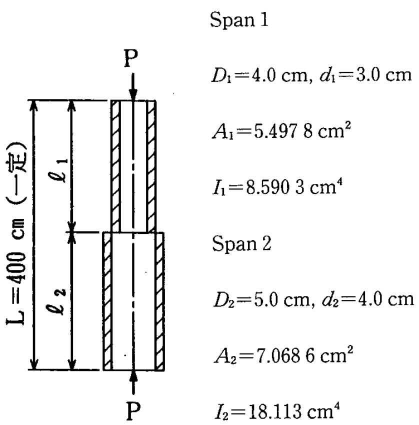

図 5　二段長柱モデル

柱要素 l_K の座屈応力 σ_K は，式(11)，(12)より次式となる。

$$\sigma_K=\frac{P}{A_K}=\left(\frac{l_K}{L}\right)^2\cdot\frac{\pi^2 E}{\lambda_K^2}\cdots\cdots(14)$$

3・2　断面積の異なる二段長柱の有効細長比　図1のモデルでSpan 1およびSpan 2の断面を基準にとり，次式を満たす係数 ϕ_1, ϕ_2 を導入する。

$$P=\phi_1\cdot\frac{\pi^2 EI_1}{L^2}=\phi_2\cdot\frac{\pi^2 EI_2}{L^2}\cdots\cdots(15)$$

Span 1の部分有効細長比 λ_1 として，

$$\lambda_1=\frac{1}{\sqrt{\phi_1}}\cdot\frac{l_1}{\chi_1}=\frac{l_1}{\sqrt{\phi_1}}\cdot\sqrt{\frac{A_1}{I_1}}\cdots\cdots(16)$$

Span 2の部分有効細長比 λ_2 として，

$$\lambda_2=\frac{1}{\sqrt{\phi_2}}\cdot\frac{l_2}{\chi_2}=\frac{l_2}{\sqrt{\phi_2}}\cdot\sqrt{\frac{A_2}{I_2}}\cdots\cdots(17)$$

を導入することができ，二段長柱の全有効細長比 λ_L は次式となる。

$$\lambda_L=\lambda_1+\lambda_2$$
$$=\pi\sqrt{\frac{E}{P}}\left(\sqrt{A_1}\cdot\frac{l_1}{L}+\sqrt{A_2}\cdot\frac{l_2}{L}\right)\cdots\cdots(18)$$

Span 1の座屈応力 σ_1 は，

$$\sigma_1=\left(\frac{l_1}{L}\right)^2\cdot\frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2}=\frac{P}{A_1}\cdots\cdots(19)$$

Span 2の座屈応力 σ_2 は，

$$\sigma_2=\left(\frac{l_2}{L}\right)^2\cdot\frac{\pi^2 E}{\lambda_2^2}=\frac{P}{A_2}\cdots\cdots(20)$$

となり，実座屈応力が得られ，従来の方法での問題点を解消していることがわかる。

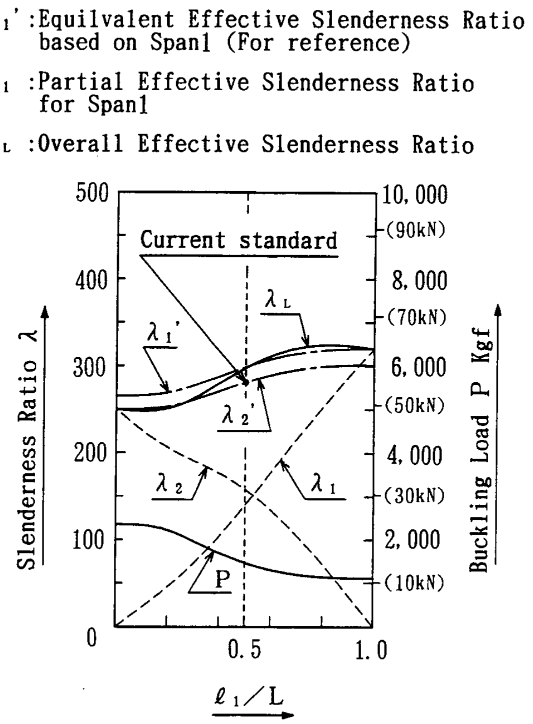

図 6　有効細長比と座屈荷重(両端回転支持)

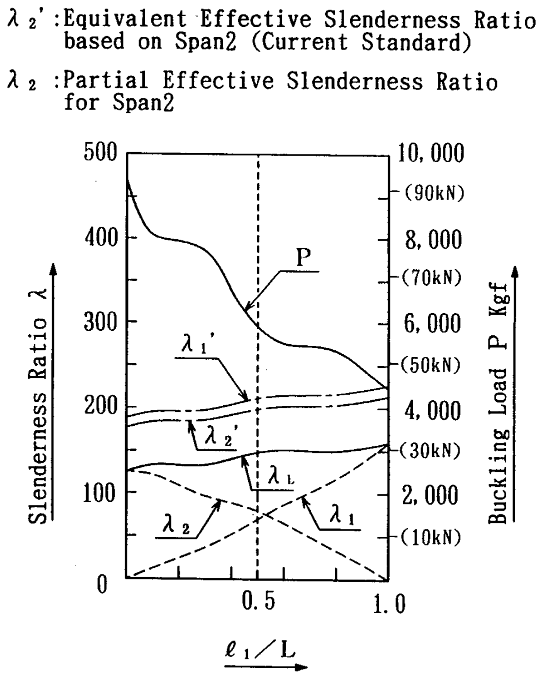

図 7　有効細長比と座屈荷重(両端固定支持)

NII-Electronic Library Service

The Japan Society of Mechanical Engineers

4. 計　算　例

図5に，二段長柱モデルの寸法と関連諸元を示す．このモデルに対する有効細長比の計算結果を，支持条件が両端回転および両端固定の二例の場合について，それぞれ図6および図7に示す．

ここでの座屈荷重 P は，Span 1 と Span 2 が剛で接続されているものとし，杉山[4] らのプログラムを用いた．

図6および図7において，任意の l_1/L に対し，2段長柱の全有効細長比が得られ，本報で提案した全有効細長比の値は，合理的と思われる．

5. 円すい台長柱の有効細長比

図8に示すように，長さが l，底面の断面二次モーメントが I_0，断面積が A_0 の両端回転支持条件における円すい台長柱の座屈荷重 P は，次式を解くことによって得られる．

$$\frac{d^2y}{d\chi^2}=-\frac{P}{EI_x}y=-\frac{PL^4}{EI_0}\cdot\frac{1}{\chi^4}y \quad \cdots\cdots(21)$$

長さ $\Delta\chi$ の柱要素部分について，

$$P=\phi_x\cdot\frac{\pi^2EI_x}{l^2} \quad \cdots\cdots(22)$$

を満たす係数 ϕ_x を導入すると，$\Delta\chi$ 部の部分有効細長比 λ_x は，次式となる．

$$\lambda_x=\frac{\Delta\chi}{\sqrt{\phi_x}}\cdot\sqrt{\frac{A_x}{I_s}}=\frac{\pi}{l}\sqrt{\frac{E}{P}}\cdot\sqrt{A_0}\cdot\frac{\chi}{L}\cdot\Delta\chi \quad \cdots(23)$$

したがって，円すい台長柱の全有効細長比 λ_l として次式を導入することができる．

$$\lambda_l=\int_H^L\lambda_x=\frac{L+H}{2L}\pi\cdot\sqrt{\frac{E}{P}}\cdot\sqrt{A_0} \quad \cdots\cdots(24)$$

式(24)は，円すい台長さの 1/2 の断面部を基準とした等価モデルの有効細長比に等しいことがわかる．

このように，部分有効細長比の概念を利用すると，断面が一様でない長柱の全有効細長比を求めることができる．

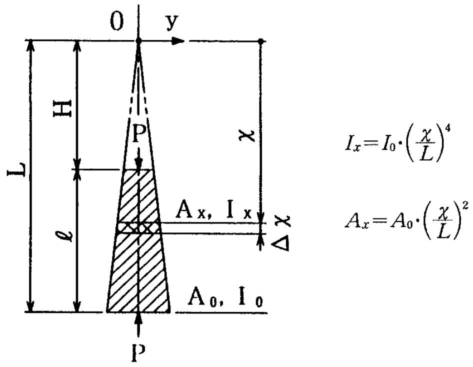

図 8　円すい台長柱

6. 結　　言

部分有効細長比の概念を導入することにより，断面が一様でない長柱の有効細長比について，従来の考え方より合理的な考え方を提案した．本報では，その応用例として二段長柱と円すい台長柱の全有効細長比について考察を行い，その有用性を示した．

今後，種々の断面形状をもつ長柱についても，部分有効細長比の概念を応用して，その実用性を構築して行きたい．

文　　献

(1) 日本エレベーター協会編，昇降機の技術基準の解説，(1984).
(2) 宮迫，ほか5名，油圧エレベーター用プランジャーの座屈特性，機講論，No. 910-3 (1991-1), 89.
(3) 英国規格：BS5655, Part2, (1988).
(4) 杉山・ほか2名，テレスコシリンダーの座屈強度設計，機講論，No. 910-71, A(1991-11), 61.

NII-Electronic Library Service