



# Parte 4

## Anejos

### Cálculo numérico iterativo de los términos de sección y funciones coordenadas de una pieza de chapa conformada

#### Anejo 4.A1

Se desarrolla en este Anejo un método de cálculo numérico iterativo aplicable a toda sección abierta quebrada (figura 4.A1.1), compuesta de tramos rectos con espesor constante en cada tramo, aunque puede ser diferente de unos a otros. El método sirve para calcular sus términos de sección:

$A, x_O, y_O, I_x, I_y, I_{xy}, I_t, x_m, y_m, I_a$ , dados por las expresiones de 4.4.1 y sus funciones coordenadas  $\Omega, S_{xi}, S_{yi}, S_{aj}$ , también dadas por las expresiones de 4.4.1, en los vértices de la línea media, para el cálculo de las tensiones normales según las fórmulas de 4.4.2, y en los vértices y centro de tramo para el cálculo de las tensiones tangenciales según las expresiones de 4.4.3.

Las fórmulas del método son programables con calculadora de capacidad de memoria no menor que 2k.

Este método es aplicable a la sección de una pieza de chapa conformada (figura 4.A1.2) compuesta de  $m$  elementos planos con acuerdos cilíndricos, sustituyendo la sección real de la pieza por una sección virtual en la que en cada acuerdo, el arco de circunferencia de su línea media, de radio  $r$  y amplitud  $2\alpha$  (figura 4.A1.3) se sustituye

#### Objeto del método

#### Aplicación a las piezas de chapa conformada

por una quebrada de tres segmentos rectos: el primero y el tercero, de longitud  $u$ , en prolongación de los segmentos rectos adyacentes al acuerdo; el segundo, de longitud  $v$  formando ángulo  $\alpha$  con el primero y con el tercero; y de tal modo que la longitud de la quebrada sea igual que la del arco:

$$2u + v = 2\alpha r \quad (1)$$

De ellos se deduce que:

$$u = \frac{\alpha - \text{sen}\alpha}{1 - \text{cos}\alpha} r \quad (2)$$

$$v = 2 \frac{\text{sen}\alpha - \alpha \text{cos}\alpha}{1 - \text{cos}\alpha} r \quad (3)$$

En el caso frecuente de elementos adyacentes ortogonales, con

$$\alpha = \frac{\pi}{4}, \text{ es: } u = 0.267r, \quad v = 1.036r$$

El error que introduce esta sustitución cuando  $r \leq 2e$  es siempre pequeño, y en general menor que el 1 por 100.

La línea virtual media de la sección virtual (figura 4.A1.4) es así una quebrada constituida por  $n = 2m - 1$  segmentos, a la cual es aplicable este método iterativo. Puede también aplicarse el método a la sección eficaz de un perfil (4.2.2), colocando dos nuevos vértices en los extremos interiores de cada elemento que se considere con anchura eficaz y tomando en ellos  $e_i = 0$ .

El método puede también emplearse para piezas con elementos cilíndricos cualesquiera. La sección real se sustituye por una sección virtual cuya línea media sea una poligonal trazada en el entorno de la curva real, lo más ajustada posible y cuya longitud sea igual a la de éste. El error que se comete es tanto menor cuanto mayor sea el número de segmentos.

#### Definición geométrica de la sección

La sección virtual de la pieza (figura 4.A1.4) se refiere a un sistema ortogonal de ejes iniciales  $x'y'$ , que conviene elegir de tal modo que todos los vértices de la sección estén en el primer cuadrante.

Los datos que definen la sección son:

El número de segmentos  $n$ , que se designan con  $i$  números pares:  
 $i = 2, 4, \dots, 2n$ .

El espesor  $e_i$  de cada segmento  $i$ .

Las coordenadas  $x'_i, y'_i$  de los  $n + 1$  vértices de la línea media, que se designan con  $i$  números impares, como sigue: el vértice inicial:

$i = 1$ . Los  $n - 1$  vértices intersección de segmentos adyacentes:  
 $i = 3, 5, \dots, 2n - 1$ .

Vértice final:

$i = 2n + 1$

Las coordenadas de los  $n - 1$  vértices de intersección se calculan empleando las fórmulas 2 y 3.

#### Ejes baricéntricos de la sección

Para cada valor par:  $i = 2, 4, \dots, 2n$  se calcula:

Coordenadas del punto medio del segmento  $i$ :

$$x'_i = \frac{1}{2} (x'_{i+1} + x'_{i-1}) \quad (4)$$

$$y'_i = \frac{1}{2} (y'_{i+1} + y'_{i-1}) \quad (5)$$

Longitud del segmento  $i$ :

$$l_i = \sqrt{(x'_{i+1} - x'_{i-1})^2 + (y'_{i+1} - y'_{i-1})^2} \quad (6)$$

Area de la sección:

$$A = \sum_{2m} l_i e_i \quad (7)$$

Módulo de torsión de la sección:

$$I_t = \frac{1}{3} \sum_{2m} l_i e_i^3 \quad (8)$$

Coordenadas del baricentro 0 en los ejes x' y':

$$x'_o = \frac{1}{A} \sum_{2m} l_i e_i x'_i \quad (9)$$

$$y'_o = \frac{1}{A} \sum_{2m} l_i e_i y'_i \quad (10)$$

Para cada valor  $i = 1, 2, 3, \dots, 2n + 1$  se calcula:

Coordenadas baricéntricas de los  $2n + 1$  puntos:

$$x_i = x'_i - x'_o \quad (11)$$

$$y_i = y'_i - y'_o \quad (12)$$

Para cada valor par:  $i = 2, 4, \dots, 2n$ , mediante las siguientes fórmulas, muchas de ellas de recurrencia, se calcula:

*Funciones coordenadas y momentos de inercia*

$$A_i = A_{i+1} = \frac{l_i e_i}{2} \quad \text{adoptando } A_1 = 0 \quad (13)$$

Momentos estáticos de la sección hasta un vértice:

$$S_{x_i} = S_{x_{i-1}} + \frac{A_i}{4} (y_{i+1} + 3y_{i-1}); \quad \text{con } S_{x_1} = 0 \quad (14)$$

$$S_{x_{i+1}} = S_{x_{i-1}} + A_i (y_{i+1} + y_{i-1})$$

$$S_{y_i} = S_{y_{i-1}} + \frac{A_i}{4} (x_{i+1} + 3x_{i-1}); \quad \text{con } S_{y_1} = 0 \quad (15)$$

$$S_{y_{i+1}} = S_{y_{i-1}} + A_i (x_{i+1} + x_{i-1})$$

Funciones auxiliares:

$$R_{x_i} = \frac{1}{6} (S_{x_{i+1}} + 4S_{x_i} + S_{x_{i-1}}) \quad (16)$$

$$R_{y_i} = \frac{1}{6} (S_{y_{i+1}} + 4S_{y_i} + S_{y_{i-1}}) \quad (17)$$

Momento de inercia:

$$I_x = -\sum_{2m} R_{x_i} (y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (18)$$

$$I_y = -\sum_{2m} R_{y_i} (x_{i+1} - x_{i-1}) \quad (19)$$

$$I_{xy} = -\sum_{2m} R_{x_i} (x_{i+1} - x_{i-1}) = -\sum_{2m} R_{y_i} (y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (20)$$

Se continua para cada valor par :  $i = 2, 4, \dots, 2n$ .

Doble del área proyectada desde 0, entre 1 y un vértice:

*Centro de esfuerzos cortantes, funciones y términos de alabeo*

$$\Omega_{o_i} = \Omega_{o_{i-1}} + \frac{1}{2} (x_{i-1} y_{i+1} - x_{i+1} y_{i-1}); \quad \text{con } \Omega = 0 \quad (21)$$

$$\Omega_{o_{i+1}} = \Omega_{o_{i-1}} + (x_{i-1} y_{i+1} - x_{i+1} y_{i-1})$$

Términos auxiliares:

$$I_{xa} = -\sum_{2m} R_{xi} (\Omega_{0,i+1} - \Omega_{0,i-1}) \quad (22)$$

$$I_{ya} = -\sum_{2m} R_{yi} (\Omega_{0,i+1} - \Omega_{0,i}) \quad (23)$$

Coordenadas del centro de esfuerzos cortantes:

$$x_m = \frac{I_x I_{ya} - I_{xy} I_{ya}}{I_x I_y - I_{xy}^2} \quad (24)$$

$$y_m = \frac{I_x I_{ya} - I_{xy} - I_{xa}}{I_x I_y - I_{xy}^2} \quad (25)$$

Coordenada de alabeo del vértice 1:

$$\Omega_1 = \frac{1}{A} \sum_{2m} A_i [\Omega_{0,i+1} + \Omega_{0,i-1} - x_m (y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_1) + y_m (x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_1)] \quad (26)$$

Coordenada de alabeo:

$$\Omega_i = \Omega_1 + \Omega_{0i} - \frac{1}{2} x_m (y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_1) + \frac{1}{2} y_m (x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_1) \quad (27)$$

$$\Omega_{i+1} = \Omega_1 + \Omega_{0,i+1} - x_m (y_{i+1} - y_1) + y_m (x_{i+1} - x_1)$$

Momento estático de alabeo:

$$S_{ai} = S_{ai-1} + \frac{1}{2} A_i (\Omega_i + \Omega_{i-1}); \text{ con } S_a = 0 \quad (28)$$

$$S_{ai+1} = S_{ai} + \frac{1}{2} A_i (\Omega_{i+1} + \Omega_i)$$

Función auxiliar:

$$R_{ai} = \frac{1}{6} (S_{ai+1} + 4S_{ai} + S_{ai-1}) \quad (29)$$

Módulo de alabeo:

$$I_a = -\sum_{2m} R_{ai} (\Omega_{i+1} + \Omega_{i-1}) \quad (30)$$

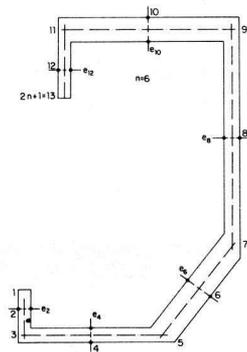


Figura 4.A1.1 Sección abierta poligonal de tramos

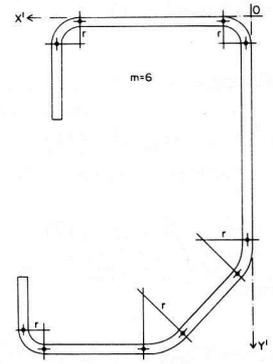


Figura 4.A1.2 Sección de una pieza de chapa conformada

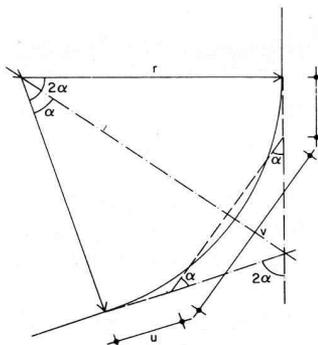


Figura 4.A1.3 Sustitución de un acuerdo curvo por uno quebrado

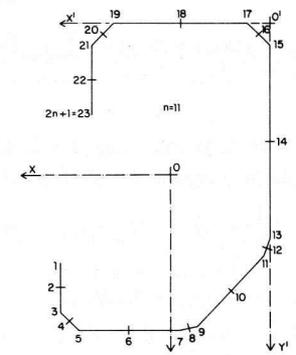


Figura 4.A1.4 Quebrada media de la sección virtual de la figura 4.A1.2