

PROGETTO DI MURO DI SOSTEGNO IN C.A.

Progettare un muro in calcestruzzo armato, a soletta continua senza contraforti, a sostegno di un terrapieno alto 3,50 m, con fronte verticale e superficie superiore orizzontale ( $\varepsilon = 0^\circ$ ), sul quale grava un sovraccarico  $q = 1200 \text{ kg/m}^2$ . Il terreno presenta le seguenti caratteristiche:

|                     |                                  |
|---------------------|----------------------------------|
| angolo di attrito   | $\varphi = 28^\circ$             |
| carico di sicurezza | $K_t = 2 \text{ kg/cm}^2$        |
| peso specifico      | $\gamma_t = 1600 \text{ kg/m}^3$ |

Si richiede:

- calcolo analitico della spinta del terrapieno;
- calcolo e verifica del muro e della piastra di fondazione;
- diagramma delle pressioni;
- disegni, in opportuna scala, occorrenti ad illustrare il calcolo.

RELAZIONE

Si impiega cls classe 250 e acciaio a barre tonde lisce Fe B 32, con i seguenti carichi di sicurezza:

$$\bar{\sigma}'_b = 60 + \frac{R'_{bk} - 150}{4} = 60 + \frac{250 - 150}{4} = 85 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_a = 1600 \text{ kg/cm}^2$$

Nei calcoli si assumerà  $\bar{\sigma}'_b = 80 \text{ kg/cm}^2$ .

*Calcolo della spinta del terrapieno*

In relazione alle caratteristiche del terrapieno, la spinta viene calcolata applicando la teoria di Coulomb.

$$h_1 = \frac{q}{\gamma_t} = \frac{1200}{1600} = 0,75 \text{ m}$$

$$S = \frac{1}{2} \gamma_t \cdot h^2 \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) \cdot \left( 1 + \frac{2h_1}{h} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} 1600 \cdot 3,50^2 \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{28^\circ}{2} \right) \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot 0,75}{3,50} \right) =$$

$$= 800 \cdot 12,25 \cdot 0,36 \cdot 1,43 = 5045 \text{ kg}$$

Il diagramma delle pressioni, a causa del sovraccarico, è trapezoidale.

Spinta contro la parete fittizia  $AC$  di altezza  $h_1$ :

$$S_1 = \frac{1}{2} \gamma_t \cdot h_1^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1}{2} 1600 \cdot 0,75^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{28^\circ}{2} \right) = \\ = 800 \cdot 0,56 \cdot 0,36 = 162 \text{ kg}$$

$$AA_1 = \frac{2S_1}{h_1} = \frac{2 \cdot 162}{0,75} = 432 \text{ kg}$$

$$BB_1 = \frac{2S - AA_1 \cdot h}{h} = \frac{2 \cdot 5045 - 432 \cdot 3,50}{3,50} = 2451 \text{ kg}$$

La spinta totale è applicata ad una distanza dalla base del muro:

$$d = \frac{h}{3} \cdot \frac{h + 3h_1}{h + 2h_1} = \frac{3,50}{3} \cdot \frac{3,50 + 3 \cdot 0,75}{3,50 + 2 \cdot 0,75} = 1,17 \cdot \frac{5,75}{5,00} = 1,35 \text{ m}$$

Calcolo del momento spingente

$$M_s = S \cdot d = 5045 \cdot 1,35 = 6811 \text{ kgm} = 681.100 \text{ kgcm}$$

*Calcolo della parete*

Si considera come una soletta verticale a sbalzo, cioè incastrata alla base; la parete viene suddivisa in tre strisce orizzontali alte circa 1,17 m e lunghe 1,00 m e per ognuna se ne calcola lo spessore  $h$  e l'armatura metallica; i vari spessori saranno quindi raccordati in modo da ottenere una superficie piana.

*Striscia BE*

$$\sqrt{\frac{M}{b}} = \sqrt{\frac{681.100}{100}} = 82,53$$

Spessore della striscia

$$h = r \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,290 \cdot 82,53 = 23,93 \text{ cm}$$

$$H = 23,93 + 1,5 = 25,43 \text{ cm} \simeq 26 \text{ cm}$$

Armatura principale resistente

$$A_a = t \cdot b \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,00242 \cdot 100 \cdot 82,53 = 19,97 \text{ cm}^2$$

Si adotta una armatura costituita da n. 8 tondini  $\varnothing 18 = 20,36 \text{ cm}^2$  cioè 1 tondino  $\varnothing 18$  ogni 12,5 cm.

Armatura di ripartizione

$$20,36 \cdot 0,20 = 4,07 \text{ cm}^2$$

è costituita da n. 6 tondini  $\varnothing 10 = 4,71 \text{ cm}^2$ .

# Calcolo della spinta

$$EE_1 = \frac{BB_1 \cdot \left(h + h_1 - \frac{1}{3}h\right)}{h + h_1} = \frac{2451 \cdot (3,50 + 0,75 - 1,16)}{3,50 + 0,75} =$$

$$= \frac{2451 \cdot 3,09}{4,25} = 1782 \text{ kg}$$

$$S' = \frac{EE_1 + AA_1}{2} \cdot (h - 1,16) = \frac{1782 + 432}{2} \cdot (3,50 - 1,16) =$$

$$= 1107 \cdot 2,34 = 2591 \text{ kg}$$

$$d' = \frac{h}{3} \cdot \frac{h + 3h_1}{h + 2h_1} = \frac{2,34}{3} \cdot \frac{2,34 + 3 \cdot 0,75}{2,34 + 2 \cdot 0,75} = 0,78 \cdot \frac{4,59}{3,84} = 0,93 \text{ m}$$

$$M' = S' \cdot d' = 2591 \cdot 0,93 = 2410 \text{ kgm} = 241.000 \text{ kgcm}$$

$$\sqrt{\frac{M'}{b}} = \sqrt{\frac{241.000}{100}} = 49,09$$

Spessore della striscia

$$h = r \cdot \sqrt{\frac{M'}{b}} = 0,290 \cdot 49,09 = 14,24 \text{ cm}$$

$$H = 14,24 + 1,5 = 15,74 \text{ cm} \simeq 16 \text{ cm}$$

Armatura principale resistente

$$A_a = t \cdot b \cdot \sqrt{\frac{M'}{b}} = 0,00242 \cdot 100 \cdot 49,09 = 11,88 \text{ cm}^2 \text{ ogni metro}$$

Si adotta una armatura costituita da n. 5 tondini  $\varnothing 18 = 12,72 \text{ cm}^2$  ogni metro.

Armatura di ripartizione

$$12,72 \cdot 0,20 = 2,54 \text{ cm}^2$$

è costituita da n. 4 tondini  $\varnothing 10 = 3,14 \text{ cm}^2$ .

Striscia DA

Calcolo della spinta

$$DD_1 = \frac{BB_1 \cdot \left(\frac{h}{3} + h_1\right)}{h + h_1} = \frac{2451 \cdot \left(\frac{3,50}{3} + 0,75\right)}{3,50 + 0,75} = \frac{2451 \cdot 1,92}{4,25} =$$

$$= 1107 \text{ kg}$$

$$S'' = \frac{DD_1 + AA_1}{2} \cdot \frac{h}{3} = \frac{1107 + 432}{2} \cdot \frac{3,50}{3} = 76,95 \cdot 1,17 = 898 \text{ kg}$$

$$d'' = \frac{h}{3} \cdot \frac{h + 3h_1}{h + 2h_1} = \frac{1,17}{3} \cdot \frac{1,17 + 3 \cdot 0,75}{1,17 + 2 \cdot 0,75} = 0,39 \cdot \frac{3,42}{2,67} = 0,50 \text{ m}$$

$$M'' = S'' \cdot d'' = 898 \cdot 0,50 = 449 \text{ kgm} = 44.900 \text{ kgcm}$$

$$\sqrt{\frac{M''}{b}} = \sqrt{\frac{44.900}{100}} = 21,19$$

Spessore della striscia

$$h = r \cdot \sqrt{\frac{M''}{b}} = 0,290 \cdot 21,19 = 6,14 \text{ cm}$$

$$H = 6,14 + 1,5 = 7,64 \text{ cm} \simeq 10 \text{ cm}$$

Armatura principale resistente

$$A_a = t \cdot b \cdot \sqrt{\frac{M''}{b}} = 0,00242 \cdot 100 \cdot 21,19 = 5,13 \text{ cm}^2$$

Si adotta una armatura costituita da n. 3 tondini  $\varnothing 18 = 7,63 \text{ cm}^2$ .

Armatura di ripartizione

$$7,63 \cdot 0,20 = 1,53 \text{ cm}^2$$

È costituita da n. 4 tondini  $\varnothing 8 = 2,01 \text{ cm}^2$ .

L'area metallica impiegata in alcune sezioni risulta alquanto eccedente rispetto a quella ricavata dal calcolo, ma per ragioni di continuità di armatura è opportuno mantenere costanti i diametri.

Sforzo di taglio

Il suo valore massimo si verifica alla base della parete verticale e vale 5045 kg; la sollecitazione tangenziale massima adoperando la formula approssimata, vale:

$$\bar{\sigma}_{\max} = \frac{T}{0,9 \cdot b \cdot h} = \frac{5045}{0,9 \cdot 100 \cdot 26} = 2,16 \text{ kg/cm}^2$$

La sollecitazione tangenziale massima che, in base alle norme vigenti, può essere assorbita dal cls è:

$$\bar{\sigma}_{b0} = 4 + \frac{R'_{bk} - 150}{75} = 4 + \frac{250 - 150}{75} = \text{kg/cm}^2 \text{ } 5,33$$

Risultando  $\bar{\sigma}_{\max} < \bar{\sigma}_{b0}$  non è necessaria una armatura specifica al taglio: i tondini che, in base al calcolo, si fermeranno alle varie altezze verranno tuttavia piegati a  $45^\circ$ .

Si fissa uno spessore presunto della piastra di 25 cm e una sporgenza a valle di 70 cm.

La larghezza della piastra viene determinata impostando l'equazione di stabilità alla rotazione rispetto al punto O, che rappresenta l'estremo a valle del terzo medio e imponendo il suo annullarsi; ciò al fine di evitare sforzi di trazione in corrispondenza del piano di fondazione.

Si deve quindi prima calcolare, rispetto al suddetto punto, il momento resistente e il momento spingente.

Peso proprio della soletta verticale:

$$P_1 = \frac{0,16 \cdot 3,50}{2} \cdot 1,00 \cdot 2500 = 700 \text{ kg}$$

$$P_2 = 0,10 \cdot 3,50 \cdot 1,00 \cdot 2500 = 875 \text{ kg}$$

Peso proprio della piastra:

$$P_3 = (0,96 + l) \cdot 1,00 \cdot 0,25 \cdot 2500 = 600 \text{ kg} + 625 l$$

Peso del terrapieno:  $1000 \cdot 4,25 \cdot 1600 = 6800 \text{ kg} \cdot l$

$$P_4 = 1,06 \cdot l \cdot 4,25 \cdot 1600 = 6800 \text{ kg} \cdot l$$

$$d_1 = 0,70 + \frac{2}{3} 0,16 - \frac{0,96 + l}{3} = 0,70 + 0,11 - 0,32 - \frac{l}{3} = 0,49 - \frac{l}{3}$$

$$d_2 = 0,70 + 0,16 + \frac{0,10}{2} - \frac{0,96 + l}{3} = 0,91 - 0,32 - \frac{l}{3} = 0,59 - \frac{l}{3}$$

$$d_3 = \frac{0,70 + 0,26 + l}{2} - \frac{0,96 + l}{3} = 0,48 + \frac{l}{2} - 0,32 - \frac{l}{3} = 0,16 + \frac{l}{6}$$

$$d_4 = 0,70 + 0,26 + \frac{l}{2} - \frac{0,96 + l}{3} = 0,96 + \frac{l}{2} - 0,32 - \frac{l}{3} = 0,64 + \frac{l}{6}$$

$$M_r = P_1 d_1 + P_2 d_2 + P_3 d_3 + P_4 d_4 =$$

$$= 700 \cdot \left(0,49 - \frac{l}{3}\right) + 875 \cdot \left(0,59 - \frac{l}{3}\right) +$$

$$+ (600 + 625l) \cdot \left(0,16 + \frac{l}{6}\right) + \left(0,64 + \frac{l}{6}\right) =$$

$$= 343 - 234l + 516 - 292l + 96 + 100l + 100l +$$

$$+ 104l^2 + 4352l + 1134l^2 =$$

$$= 1238l^2 + 4026l + 955$$

$$M_s = S \cdot d = 5045 \cdot 1,60 = 8072 \text{ kgm}$$

$$1238l^2 + 4026l + 955 - 8072 = 0$$

$$1238l^2 + 4026l + 7117 = 0$$

Con lievi arrotondamenti, è possibile semplificare tale equazione, senza praticamente modificare il risultato finale.

$$248l^2 + 805l - 1424 = 0; \quad 50l^2 + 161l - 285 = 0$$

$$l = \frac{-161 + \sqrt{161^2 + 4 \cdot 50 \cdot 285}}{2 \cdot 50} = \frac{-161 + 288}{100} =$$

$$= 1,27 \text{ m} \simeq 1,30 \text{ m}$$

La larghezza della piastra risulta quindi:

$$L = 0,70 + 0,26 + 1,30 = 2,26 \text{ m}$$

*Verifiche di stabilità*

$$P_1 = 700 \text{ kg}$$

$$P_2 = 875 \text{ kg}$$

$$P_3 = 600 + 625 \cdot 1,30 = 1.413 \text{ kg}$$

$$P_4 = 6800 \cdot 1,30 = 8.840 \text{ kg}$$

$$\Sigma P = 11.828 \text{ kg}$$

Per le verifiche si assume come centro di rotazione l'estremo a valle  $O_1$ .

$$d_1 = 0,70 + \frac{2}{3} 0,16 = 0,81 \text{ m}$$

$$d_2 = 0,70 + 0,16 + \frac{0,10}{2} = 0,91 \text{ m}$$

$$d_3 = \frac{2,26}{2} = 1,13 \text{ m}$$

$$d_4 = 0,70 + 0,26 + \frac{1,30}{2} = 1,61 \text{ m}$$

Momento resistente

$$\begin{aligned} M_r &= 700 \cdot 0,81 + 875 \cdot 0,91 + 1413 \cdot 1,13 + 8840 \cdot 1,61 = \\ &= 567 + 796 + 1597 + 14.232 = 17.192 \text{ kgm} \end{aligned}$$

Verifica al ribaltamento

$$\frac{M_r}{M_s} = \frac{17.192}{8072} = 2,13 > 1,5$$

per cui la stabilità del manufatto al ribaltamento risulta assicurata.

Verifica allo scorrimento

$$\frac{S}{\Sigma P} = \frac{5045}{11.828} = 0,43$$

Valore inferiore a quello medio (0,5 circa), per cui anche questa condizione di stabilità si può considerare verificata.

Verifica allo schiacciamento

$$u = \frac{M_r - M_s}{\Sigma P} = \frac{17.192 - 8072}{11.828} = 0,77 \text{ m}$$

$$e = \frac{L}{2} - u = \frac{2,26}{2} - 0,77 = 0,36 \text{ m} \qquad \frac{L}{6} = \frac{2,26}{6} = 0,38 \text{ m}$$

poiché risulta  $e < \frac{L}{6}$ , la base è tutta sollecitata a compressione; si deve però controllare che questa non risulti superiore al carico di sicurezza:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\Sigma P}{A} \left( -1 \mp \frac{6e}{L} \right) = \frac{11.828}{226 \cdot 100} \left( -1 \mp \frac{6 \cdot 36}{226} \right) = \\ &= 0,52 (-1 \mp 0,96) \quad - \left[ \begin{array}{l} \sigma_{\max} = -1,02 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{\min} = -0,02 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Valori notevolmente inferiori al carico di sicurezza del terreno.

Calcolo della piastra di fondazione

Soletta a monte (tratto  $GH$ )

È una soletta a mensola, con una luce teorica di 1,43 m, gravata da un carico uniformemente ripartito diretto dall'alto verso il basso, rappresentato dal sovrastante terreno, e da un carico ripartito con legge lineare diretto dal basso verso l'alto, rappresentato dal terreno sottostante la piastra di fondazione.

I carichi suddetti hanno i seguenti valori:

$$q' = 1,00 \cdot 1,00 \cdot (h + h_1) \cdot \gamma_t = \\ = 1,00 \cdot 1,00 \cdot 4,25 \cdot 1600 = 6800 \text{ kg/m}$$

$$q''_1 = \sigma_{\max} = -1,02 \text{ kg/cm}^2 = -10.200 \text{ kg/m}$$

$$q''_2 = \sigma_{\min} = -0,02 \text{ kg/cm}^2 = -200 \text{ kg/m}$$

$$q''_3 = BB' + B'B'' = \frac{q''_1 \cdot 1,43}{2,26} + \frac{q''_2 \cdot 0,83}{2,26} = \\ = \frac{-10.200 \cdot 1,43}{2,26} + \frac{-200 \cdot 0,83}{2,26} = \\ = -6453,98 - 73,45 = -6528 \text{ kg/m}$$

Il carico totale  $q$  che grava sulla mensola è rappresentato dalla differenza dei carichi  $q'$  e  $q''$  ed ha il seguente diagramma:

$$q'_1 = q' - q''_3 = 6800 - 6528 = 272 \text{ kg/m}$$

$$q''_1 = q' - q''_2 = 6800 - 200 = 6600 \text{ kg/m}$$

Momento flettente massimo

$$M = \frac{(q''_1 - q'_1) \cdot 1,43}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,43 + \frac{q'_1 \cdot 1,43^2}{2} = \\ = \frac{(6600 - 272) \cdot 1,43^2}{3} + \frac{272 \cdot 1,43^2}{2} = \\ = 4313,38 + 278,11 = 4591,49 \text{ kgm} = 459.149 \text{ kgcm}$$

$$\sqrt{\frac{M}{b}} = \sqrt{\frac{459.149}{100}} = 67,76$$

Calcolo della sezione

$$h = r \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,290 \cdot 67,76 = 19,65 \text{ cm}$$

$$H = 19,65 + 1,5 = 21,15 \text{ cm} \simeq 22 \text{ cm}$$

Armatura principale resistente

$$A_a = t \cdot b \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,00242 \cdot 100 \cdot 67,76 = 16,40 \text{ cm}^2$$

Si adotta una armatura costituita da n. 4 tondini  $\varnothing 18$  + n. 4 tondini  $\varnothing 16$  = 18,22 cm<sup>2</sup> ogni metro.

Armatura di ripartizione

$$18,22 \cdot 0,20 = 3,64 \text{ cm}^2$$

corrispondente a n. 5 tondini  $\varnothing 10$  = 3,93 cm<sup>2</sup> al metro.

Sollecitazione tangenziale

$$T = \frac{q'_1 + q''_2}{2} \cdot 1,43 = \frac{272 + 6600}{2} \cdot 1,43 = 4914 \text{ kg}$$

Con la formula approssimata, la sollecitazione tangenziale massima risulta:

$$\bar{\sigma}_{\max} = \frac{T}{0,9 bh} = \frac{4914}{0,9 \cdot 100 \cdot 20,5} = 2,66 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_{b_0}$$

per cui può essere assorbita con sicurezza dal calcestruzzo.

Soletta a valle (tratto  $FG$ )

È una soletta a mensola con una luce teorica di 0,83 m, gravata da un carico ripartito con legge lineare, diretto dal basso verso l'alto.

Momento flettente massimo

$$\begin{aligned} M &= \frac{(q''_1 - q''_3) \cdot 0,83}{2} \cdot \frac{2}{3} 0,83 + \frac{q''_3 \cdot 0,83^2}{2} = \\ &= \frac{(10.200 - 6528) \cdot 0,83^2}{3} + \frac{6528 \cdot 0,83^2}{2} = \\ &= 842,21 + 2248,57 = 3090,78 \text{ kgm} = 309.078 \text{ kgcm} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{M}{b}} = \sqrt{\frac{309.078}{100}} = 55,59$$

Calcolo della sezione

$$h = r \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,290 \cdot 55,59 = 16,12 \text{ cm}$$

$$H = 16,12 + 1,5 = 17,62 \text{ cm} \simeq 18 \text{ cm}$$

Armatura principale resistente

$$A_a = t \cdot b \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 0,00242 \cdot 100 \cdot 55,59 = 13,45 \text{ cm}^2$$

Si adotta una armatura costituita da n. 8 tondini  $\varnothing 18 = 20,36 \text{ cm}^2$  rappresentata dal necessario prolungamento dei ferri della soletta verticale.

Armatura di ripartizione

$$14,20 \cdot 0,20 = 2,84 \text{ cm}^2$$

corrispondente a n. 4 tondini  $\varnothing 10 = 3,14 \text{ cm}^2$  al metro.

Sollecitazione tangenziale

$$T = \frac{q''_1 + q''_3}{2} \cdot 0,83 = \frac{10.200 + 6528}{2} \cdot 0,83 = 6942 \text{ kg}$$

Con la formula approssimata si ha:

$$\bar{\sigma}_{\max} = \frac{T}{0,9 \cdot b \cdot h} = \frac{6942}{0,9 \cdot 100 \cdot 16,5} = 4,67 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_{b_0}$$

quindi non occorre una specifica armatura al taglio.

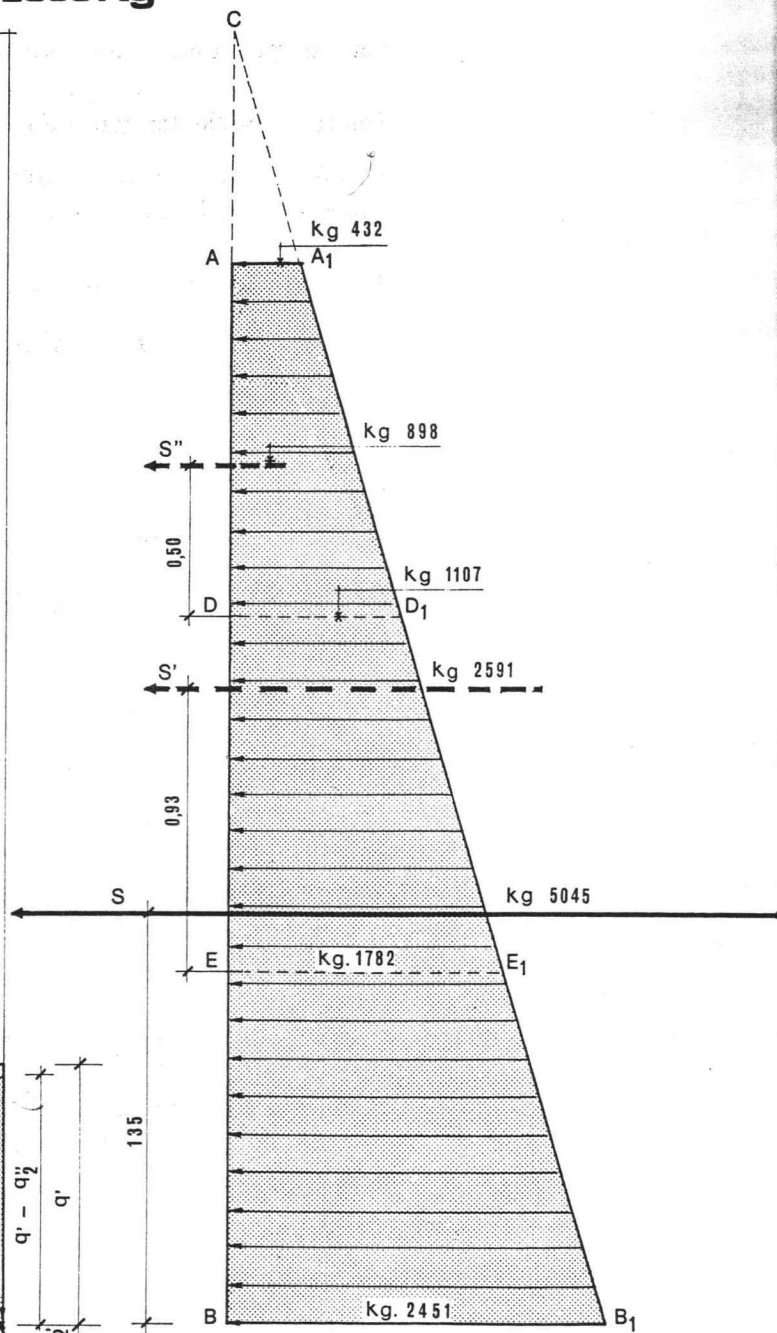
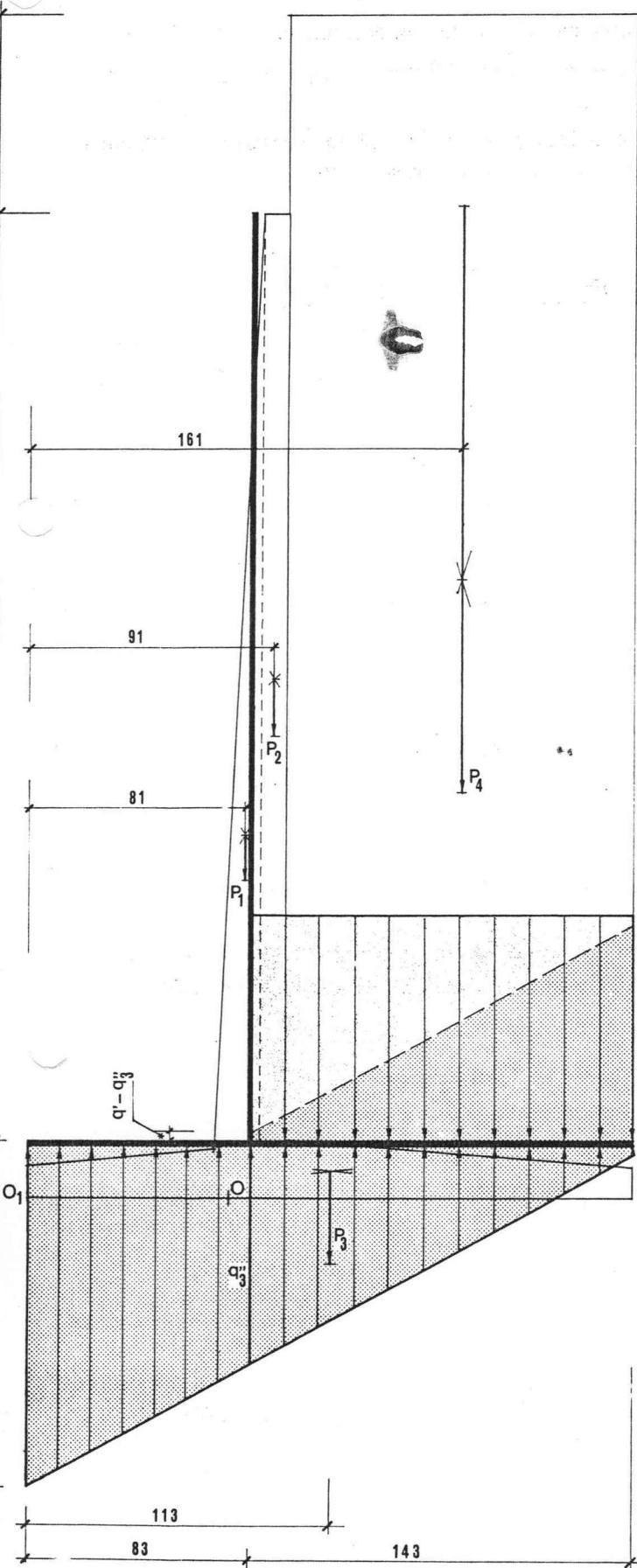
Le solette a mensola si rastremeranno verso l'estremità libera dove avranno uno spessore di 12 cm.



# PROGETTO DI MURO DI SOSTEGNO

# IN C.A.

**DIAGRAMMI DI CARICO** 1 cm = 2000 kg



**DIAGRAMMA DELLE  
PRESSIONI 1 cm = 500 Kg**

**SCALA 1:25**

