

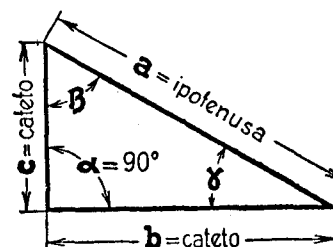
FUNZIONI TRIGONOMETRICHE

COTANGENTE

Gradi	COTANGENTE							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	∞	343,77371	171,88540	114,58865	85,93979	68,75009	57,28996	89
1	57,28996	49,10388	42,96408	38,18846	34,36777	31,24158	28,63625	88
2	28,63625	26,43160	24,54176	22,90377	21,47040	20,20555	19,08114	87
3	19,08114	18,07498	17,16934	16,34986	15,60478	14,92442	14,30067	86
4	14,30067	13,72674	13,19688	12,70621	12,25051	11,82617	11,43005	85
5	11,43005	11,05943	10,71191	10,38540	10,07803	9,78817	9,51436	84
6	9,51436	9,25530	9,00983	8,77689	8,55555	8,34496	8,14435	83
7	8,14435	7,95302	7,77035	7,59575	7,42871	7,26873	7,11537	82
8	7,11537	6,96823	6,82694	6,69116	6,56055	6,43484	6,31375	81
9	6,31375	6,19703	6,08444	5,97576	5,87080	5,76937	5,67128	80
10	5,67128	5,57638	5,48451	5,39552	5,30928	5,22566	5,14455	79
11	5,14455	5,06584	4,98940	4,91516	4,84300	4,77286	4,70463	78
12	4,70463	4,63825	4,57363	4,51071	4,44942	4,38969	4,33148	77
13	4,33148	4,27471	4,21933	4,16530	4,11256	4,06107	4,01078	76
14	4,01078	3,96165	3,91364	3,86671	3,82083	3,77595	3,73205	75
15	3,73205	3,68909	3,64705	3,60588	3,56557	3,52609	3,48741	74
16	3,48741	3,44951	3,41236	3,37594	3,34023	3,30521	3,27085	73
17	3,27085	3,23714	3,20406	3,17159	3,13972	3,10842	3,07768	72
18	3,07768	3,04749	3,01783	2,98869	2,96004	2,93189	2,90421	71
19	2,90421	2,87700	2,85023	2,82391	2,79802	2,77254	2,74748	70
20	2,74748	2,72281	2,69853	2,67462	2,65100	2,62791	2,60509	69
21	2,60509	2,58261	2,56046	2,53865	2,51715	2,49597	2,47509	68
22	2,47509	2,45451	2,43422	2,41421	2,39449	2,37504	2,35585	67
23	2,35585	2,33693	2,31826	2,29984	2,28167	2,26374	2,24604	66
24	2,24604	2,22857	2,21132	2,19430	2,17749	2,16090	2,14451	65
25	2,14451	2,12832	2,11233	2,09654	2,08094	2,06553	2,05030	64
26	2,05030	2,03526	2,02039	2,00569	1,99116	1,97680	1,96261	63
27	1,96261	1,94858	1,93470	1,92098	1,90741	1,89400	1,88073	62
28	1,88073	1,86760	1,85462	1,84177	1,82906	1,81649	1,80405	61
29	1,80405	1,79174	1,77955	1,76749	1,75556	1,74375	1,73205	60
30	1,73205	1,72047	1,70901	1,69766	1,68643	1,67530	1,66428	59
31	1,66428	1,65337	1,64256	1,63185	1,62125	1,61074	1,60033	58
32	1,60033	1,59002	1,57981	1,56969	1,55966	1,54972	1,53987	57
33	1,53987	1,53010	1,52043	1,51084	1,50133	1,49190	1,48256	56
34	1,48256	1,47330	1,46411	1,45501	1,44598	1,43703	1,42815	55
35	1,42815	1,41934	1,41061	1,40195	1,39336	1,38484	1,37638	54
36	1,37638	1,36800	1,35968	1,35142	1,34323	1,33511	1,32704	53
37	1,32704	1,31904	1,31110	1,30323	1,29541	1,28764	1,27994	52
38	1,27994	1,27230	1,26471	1,25717	1,24969	1,24227	1,23490	51
39	1,23490	1,22758	1,22031	1,21310	1,20593	1,19882	1,19175	50
40	1,19175	1,18474	1,17777	1,17085	1,16398	1,15715	1,15037	49
41	1,15037	1,14363	1,13694	1,13029	1,12369	1,11713	1,11061	48
42	1,11061	1,10414	1,09770	1,09131	1,08496	1,07864	1,07237	47
43	1,07237	1,06613	1,05994	1,05378	1,04766	1,04158	1,03553	46
44	1,03553	1,02952	1,02355	1,01761	1,01170	1,00583	1,00000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Gradi

TANGENTE

CENNI SULLE FUNZIONI TRIGONOMETRICHE



$$\text{seno} = \frac{\text{cateto opposto angolo considerato}}{\text{ipotenusa}}$$

$$\text{sen } \alpha = 1; \text{sen } \beta = \frac{b}{a}; \text{sen } \gamma = \frac{c}{a}$$

$$\text{coseno} = \frac{\text{cateto adiacente ang. consider.}}{\text{ipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = 0; \text{cos } \beta = \frac{c}{a}; \text{cos } \gamma = \frac{b}{a}$$

$$\text{tangente} = \frac{\text{cateto opposto angolo considerato}}{\text{cateto adiacente}}; \text{tg } \alpha = \infty; \text{tg } \beta = \frac{b}{c}; \text{tg } \gamma = \frac{c}{b}$$

RELAZIONI FONDAMENTALI

$$\text{ctg} = \text{cotangente} = \frac{1}{\text{tangente}}; \text{sec} = \text{secante} = \frac{1}{\text{coseno}}; \text{cosec} = \text{cosecante} = \frac{1}{\text{seno}}$$

$$\text{tangente} = \frac{\text{seno}}{\text{coseno}}; \text{seno}^2 \alpha + \text{coseno}^2 \alpha = 1$$

SE L'ANGOLO DATO α È OTTUSO (MAGGIORE DI 90°) RICORDARE CHE:

$$\text{sen } \alpha = \text{cos } (\alpha - 90^\circ) \quad \text{tg } \alpha = - \text{ctg } (\alpha - 90^\circ)$$

$$\text{cos } \alpha = - \text{sen } (\alpha - 90^\circ) \quad \text{ctg } \alpha = - \text{tg } (\alpha - 90^\circ)$$

Per gli angoli i cui valori non sono compresi nelle tabelle dei seni, coseni, etc., procedere per interpolazione, ricordando che il seno e la tangente aumentano mentre che il coseno e la cotangente diminuiscono con l'aumentare dell'angolo.

Esempi:

Trovare il seno di $54^\circ 13'$

$$\text{dalla tabella} \begin{cases} \text{sen } 54^\circ 20' = 0,81242 \\ \text{sen } 54^\circ 10' = 0,81072 \end{cases}$$

$$\text{differenza} = 0,00170$$

$$\text{sen } 54^\circ 13' = 0,81072 + \frac{0,00170 \times 3}{10} = 0,81123$$

Trovare il coseno di $10^\circ 28'$

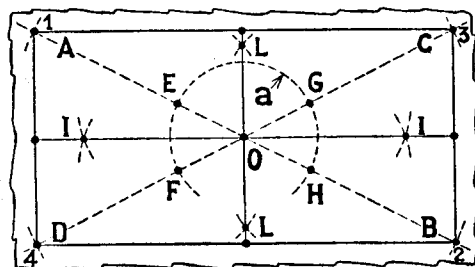
$$\text{dalla tabella} \begin{cases} \text{cos } 10^\circ 20' = 0,98378 \\ \text{cos } 10^\circ 30' = 0,98325 \end{cases}$$

$$\text{differenza} = 0,00053$$

$$\text{cos } 10^\circ 28' = 0,98378 - \frac{0,00053 \times 8}{10} = 0,98356$$

TRACCIATURE GEOMETRICHE

TRACCIATURA E DIVISIONE IN QUATTRO
RETTANGOLI DI UNA SUPERFICIE PIANA

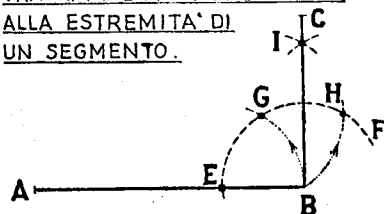


$\overline{AB}, \overline{CD}$ = diagonali;
1, 2, 3, 4 = archi di cerchio con centro in O;

E, F, G, H = punti determinati dall'arco α con centro in O;

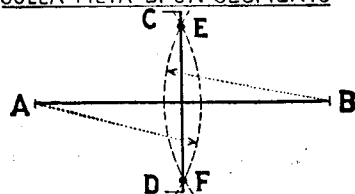
I, L = punti determinati dagli archi centrati in E, F, G, H.

TRACCIARE LA PERPENDICOLARE
ALLA ESTREMITÀ DI
UN SEGMENTO.



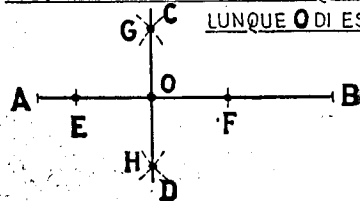
\overline{AB} = segmento;
 \overline{CB} = perpendicolare all'estremità;
 \overline{EF} = arco a piacere, centro in B;
G, H = punti sull'arco con lo stesso raggio \overline{EB} .
I = punto ottenuto con archi centrati in G e H.

TRACCIARE LA PERPENDICOLARE
SULLA META' DI UN SEGMENTO



\overline{AB} = segmento;
 \overline{CD} = perpendicolare;
E, F = punti ottenuti con archi centrati in A e B.

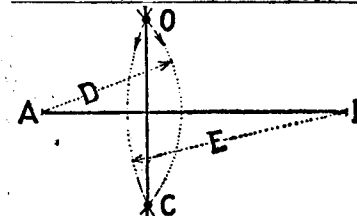
TRACCIARE LA PERPENDICOLARE AD
UN SEGMENTO DA UN PUNTO QUALUNQUE O DI ESSA



\overline{AB} = segmento;
 \overline{CD} = perpendicolare;
E, F = punti equidistanti dal punto O;
G, H = punti ottenuti con archi centrati in E e F.

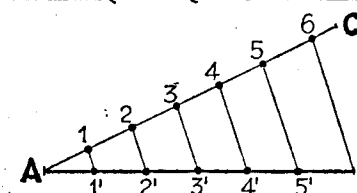
TRACCIATURE GEOMETRICHE

TRACCIARE LA PERPENDICOLARE AD UN
SEGMENTO DA UN PUNTO ESTERNO O



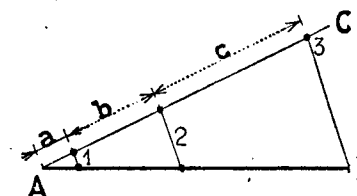
\overline{AB} = segmento;
C = punto d'intersecazione degli archi D e E;
 \overline{OC} = perpendicolare alla \overline{AB} .

DIVIDERE UN SEGMENTO IN UN
NUMERO QUALUNQUE DI PARTI UGUALI



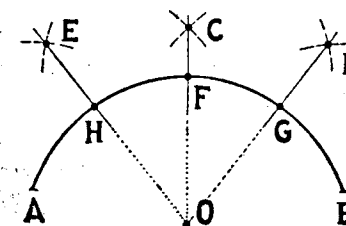
\overline{AB} = segmento;
 \overline{AC} = retta a piacere con angolo acuto qualsiasi;
1, 2, 3, etc. = divisioni in parti uguali con passo qualsiasi;
 $\overline{1,1'}$; $\overline{2,2'}$, etc. = parallele alla $\overline{6B}$.

DIVIDERE UN SEGMENTO IN PARTI
PROPORZIONALI A DEI NUMERI DATI



\overline{AB} = segmento;
 \overline{AC} = retta a piacere con angolo acuto qualsiasi;
a = distanza arbitraria;
b = $3 \times a$;
c = $5 \times a$;
1, 2 = parallele alla $\overline{3B}$.

DIVIDERE UN ARCO DI CIRCONFERENZA
IN 2, 4, 8 ETC. PARTI UGUALI

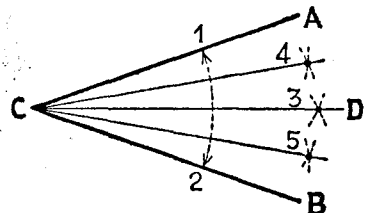


Centrare successivamente in A e B e tracciare due archi di raggio uguale intersecanti in C.

Ripetere centrando in A, F e B, F;
 $\overline{AH} = \overline{HF} = \overline{FG} = \overline{GB} = \frac{1}{4}$ di \overline{AB} .

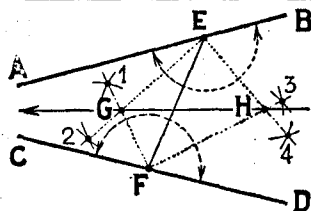
TRACCIATURE GEOMETRICHE

DIVIDERE UN ANGOLO IN 2, 4, 8 ETC.
PARTI UGUALI



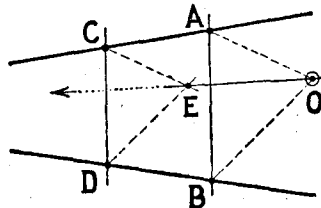
\overline{ACB} = angolo dato;
 $\overline{1,2}$ = arco di cerchio, centro in C;
Centrare successivamente in 1 e 2 e tracciare due archi di raggio uguale, intersecanti in 3;
 \overline{CD} = bisettrice dell'angolo \overline{ACB} .
Ripetere il procedimento per gli angoli formati da ogni nuova divisione.

TRACCIARE LA BISETTRICE DI UN ANGOLO IL CUI VERTICE E' FUORI DEI LIMITI DELLA SUPERFICIE



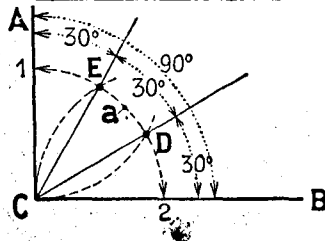
\overline{EF} = trasversale qualsiasi;
Dividere per metà gli angoli \overline{AEF} , \overline{BEF} , \overline{EFD} . Le bisettrici $\overline{F1E2}$, $\overline{F3E4}$, determinano i punti G ed H per i quali passa la bisettrice dell'angolo dato.

TRACCIARE UNA RETTA PASSANTE PER UN PUNTO DATO O E IN DIREZIONE DEL VERTICE FUORI DEI LIMITI DELLA SUPERFICIE



$\overline{AB}, \overline{CD}$ = segmenti paralleli fra loro;
 \overline{CE} parallela alla \overline{AO} e \overline{DE} parallela alla \overline{BO} , determinanti il punto E.
 \overline{OE} (diretta verso il vertice) = retta richiesta

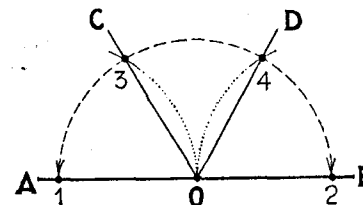
DIVIDERE L'ANGOLO RETTO IN TRE PARTI UGUALI



$\overline{1,2}$ = arco \overline{a} qualsiasi, centro in C;
Centrare in 1 con lo stesso arco \overline{a} e tagliare in D;
Centrare in 2 con lo stesso arco \overline{a} e tagliare in E;
 \overline{CE} e \overline{CD} tagliano l'angolo retto in tre parti uguali.

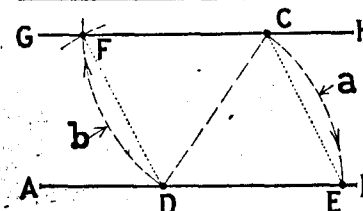
TRACCIATURE GEOMETRICHE

DIVIDERE L'ANGOLO PIATTO IN TRE PARTI UGUALI



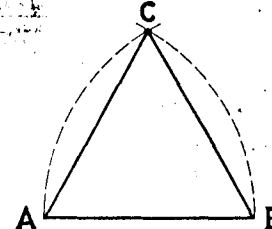
\overline{AB} = angolo piatto;
 $\overline{1,2}$ = arco di cerchio (semicirconferenza) con centro in O;
Centrare successivamente in 1 e 2 e, col medesimo arco, tagliare in 3 e 4;
 \overline{CO} e \overline{DO} dividono l'angolo in tre parti uguali.

TRACCIARE LA PARALLELA AD UNA RETTA DA UN PUNTO C.



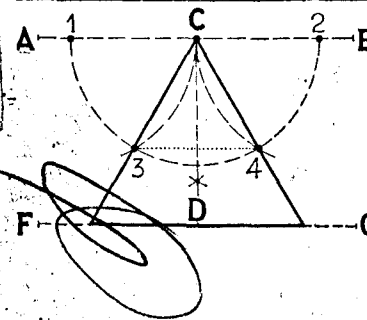
\overline{AB} = retta data;
 \overline{a} = arco di cerchio con centro in D, qualsiasi;
 \overline{b} = arco uguale ad \overline{a} , centro in C;
Riportare la distanza \overline{CE} in \overline{DF} ,
 \overline{GH} = parallela alla \overline{AB} .

TRACCIARE IL TRIANGOLO EQUILATERO, DATO IL LATO



\overline{AB} = segmento uguale al lato dato.
Centrare successivamente in A e B e, con raggio uguale al lato dato, tracciare due archi di cerchio intersecantisi in C, terzo vertice del triangolo.

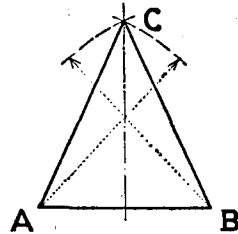
TRACCIARE IL TRIANGOLO EQUILATERO, DATA L'ALTEZZA



\overline{CD} = perpendicolare alla \overline{AB} e altezza data;
 \overline{AB} = retta ausiliaria;
 \overline{FG} = parallela alla \overline{AB} per D;
 $\overline{1,2}$ = arco di cerchio con centro in C, qualsiasi;
 $\overline{3,4}$ = punti ottenuti con lo stesso raggio $\overline{1C}$ e $\overline{2C}$.

TRACCIATURE GEOMETRICHE

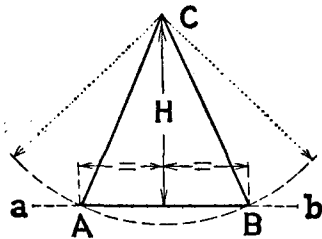
TRACCIARE IL TRIANGOLO ISOSCELE DATA LA BASE E IL LATO



\overline{AB} = segmento di base;

Centrare successivamente in A e B e, con raggio uguale al lato dato, tracciare due archi di cerchio intersecantisi in C.

TRACCIARE IL TRIANGOLO ISOSCELE DATO IL LATO E L'ALTEZZA

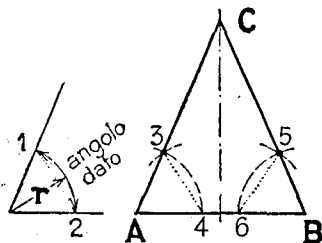


\overline{ab} = retta qualsiasi;

H = altezza data del triangolo = perpendicolare alla \overline{ab} ;

Centrare in C e, con raggio uguale alla lunghezza del lato dato, intersecare in A e B.

TRACCIARE IL TRIANGOLO ISOSCELE DATA LA BASE E L'ANGOLO DI BASE



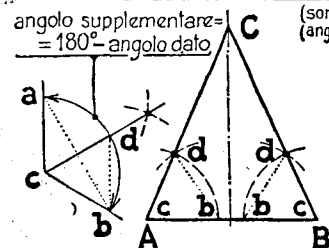
\overline{AB} = segmento di base;

Centrare successivamente in A e B e tracciare due archi di cerchio con raggio uguale ad r ;

$\overline{3,4}$ e $\overline{5,6}$ uguali ad $\overline{1,2}$;

$\overline{A3}$ e $\overline{B5}$ prolungati, determinano il vertice C.

TRACCIARE IL TRIANGOLO ISOSCELE DATA LA BASE E L'ANGOLO AL VERTICE



angolo supplementare = $180^\circ - \text{angolo dato}$

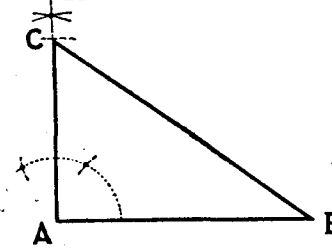
(somma degli angoli interni = 180°)
(angolo di base = $90^\circ - \frac{1}{2}$ angolo dato)

Tracciare l'angolo supplementare \overline{acb} , dividerlo per metà; si ottiene così l'angolo di base \overline{bcd} .

Tracciare il triangolo seguendo la regola della figura precedente.

TRACCIATURE GEOMETRICHE

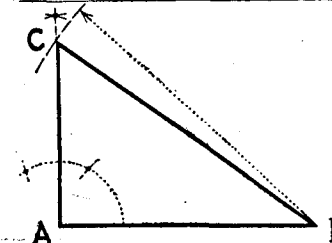
TRACCIARE IL TRIANGOLO RETTANGOLO DATI I DUE CATETI



\overline{AB} uguale ad uno dei cateti dati.

All'estremo A innalzare la perpendicolare, riportare l'altro cateto in C, e congiungere C con B.

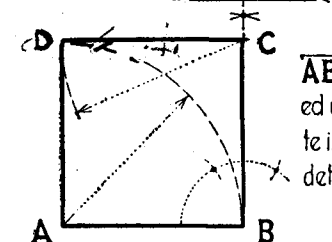
TRACCIARE IL TRIANGOLO RETTANGOLO DATO UN CATETO E L'IPOTENUSA



\overline{AB} uguale al cateto dato.

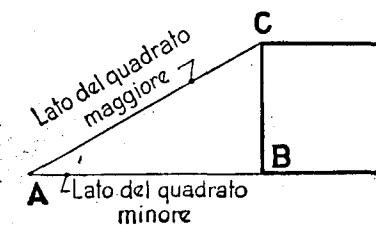
All'estremo A innalzare la perpendicolare, centrare in B con raggio uguale all'ipotenusa e intersecare in C. Congiungere C con A.

TRACCIARE IL QUADRATO, DATO IL LATO



\overline{AB} = lato; \overline{BC} = perpendicolare all'estremità ed uguale ad \overline{AB} . Centrare successivamente in A e C e con raggio uguale alla \overline{AB} determinare il quarto vertice D.

TRACCIARE UN QUADRATO UGUALE ALLA DIFFERENZA DI DUE QUADRATI DATI

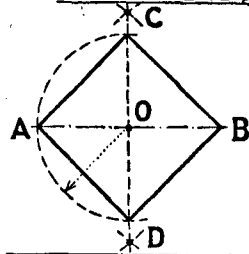


Tracciare un triangolo rettangolo con \overline{AB} e \overline{AC} uguali ai lati dei quadrati dati.

\overline{CB} = lato del quadrato risultante dalla differenza.

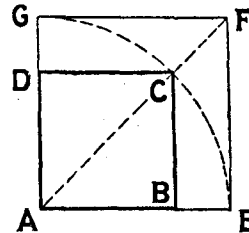
TRACCIATURE GEOMETRICHE

TRACCIARE IL QUADRATO DATA LA DIAGONALE



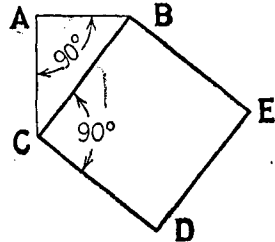
\overline{AB} = diagonale data; \overline{CD} = perpendicolare sulla metà. Centrare in O, e con raggio \overline{OA} determinare gli altri vertici.

TRACCIARE UN QUADRATO DOPPIO DI UNO DATO



\overline{ABCD} = quadrato dato. Tracciare la diagonale \overline{AC} , centrare in A, e con raggio \overline{AC} determinare E. Centrare successivamente in A ed E, con raggio \overline{AE} , determinare gli altri vertici.

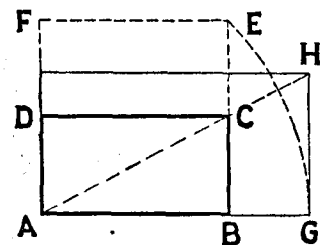
TRACCIARE UN QUADRATO UGUALE ALLA SOMMA DI 2 QUADRATI DATI



Tracciare un triangolo rettangolo con \overline{AB} e \overline{AC} uguali ai lati dei quadrati dati.

\overline{CB} = ipotenusa = lato del quadrato.

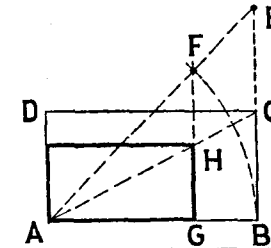
TRACCIARE UN RETTANGOLO DOPPIO DI UNO DATO



\overline{ABCD} = rettangolo dato. Tracciare il quadrato \overline{ABEF} , centrare in A e tracciare l'arco \overline{EG} fino al prolungamento del lato \overline{AB} . Prolungare la diagonale \overline{AC} fino ad incontrare in H la perpendicolare alla \overline{AG} dal punto G. \overline{AG} e \overline{GH} = lati del rettangolo doppio

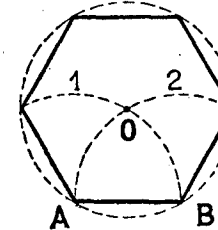
TRACCIATURE GEOMETRICHE

TRACCIARE UN RETTANGOLO META' DI UNO DATO



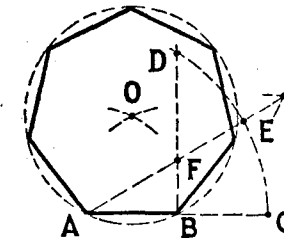
\overline{ABCD} = rettangolo dato. Tracciare $\overline{BE} = \overline{AB}$. Centrare in A e tracciare l'arco \overline{BF} fino alla diagonale \overline{AE} . \overline{FG} = perpendicolare alla \overline{AB} e parallela alla \overline{EB} . Tracciare la diagonale \overline{AC} . \overline{HG} e \overline{AG} = lati del rettangolo.

TRACCIARE L'ESAGONO REGOLARE DATO IL LATO



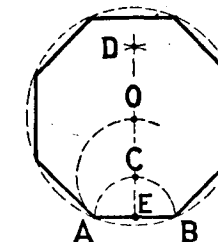
\overline{AB} = lato dato. Centrare successivamente in A e B, con raggio uguale al lato dato, tracciare gli archi 1 e 2 determinando il centro O della circonferenza circoscritta. Riportare sulla circonferenza sei volte la lunghezza del lato.

TRACCIARE L'ETTAGONO REGOLARE DATO IL LATO



\overline{AB} = lato dato; $\overline{BC} = \overline{AB}$. Centrare in A e con raggio \overline{AC} intersecare in D la perpendicolare innalzata dall'estremità B. Dividere per metà l'arco \overline{DC} determinando F con la retta \overline{EA} . Centrare successivamente in A e B, con raggio \overline{AF} , determinare il centro O della circonferenza circoscritta.

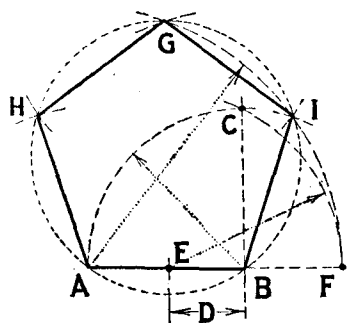
TRACCIARE L'OTTAGONO REGOLARE DATO IL LATO



\overline{AB} = lato dato; \overline{D} = perpendicolare sulla metà di \overline{AB} . Centrare in E e tracciare l'arco \overline{ACB} . Centrare in C e, con raggio \overline{AC} , tagliare in O = centro della circonferenza circoscritta.

TRACCIATURE GEOMETRICHE

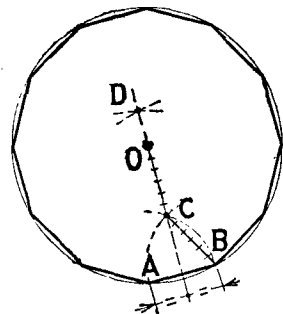
TRACCIARE IL PENTAGONO REGOLARE DATO IL LATO



\overline{AB} = lato dato; \overline{CB} = perpendicolare alla \overline{AB} . Centrare in B e, con raggio \overline{AB} , intersecare in C. D = metà di \overline{AB} . Centrare in E, e con raggio \overline{EC} , determinare in F sul prolungamento della \overline{AB} .

Centrare successivamente in A e B con raggio \overline{AF} e determinare G. Col raggio uguale al lato dato determinare gli altri vertici H ed I.

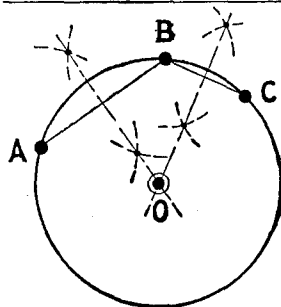
TRACCIARE UN POLIGONO REGOLARE DI UN NUMERO QUALUNQUE DI LATI (OLTRE SEI) DATO IL LATO



ESEMPIO DI UN POLIGONO DI 12 LATI

\overline{AB} = lato dato. Centrare successivamente in A e B, e con raggio uguale al lato dato tracciare due archi intersecantisi in C. Dividere il segmento \overline{CB} in sei parti uguali (per qualsiasi numero di lati). Tracciare da C la perpendicolare alla \overline{AB} e riportare su di essa tante volte la 6ª parte di \overline{CB} quanto è il numero dei lati del poligono da ottenersi meno 6, ottenendo il punto Q uguale al centro della circonferenza circoscritta.

TRACCIARE UNA CIRCONFERENZA PASSANTE PER TRE PUNTI DATI (NON IN LINEA RETTA)

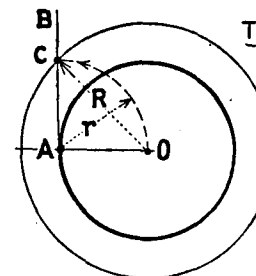


A, B, C = punti dati.

Tracciare i segmenti \overline{AB} e \overline{BC} . Il punto d'incontro delle perpendicolari passanti per la mezzetta di essi determina il centro O della circonferenza da tracciare.

TRACCIATURE GEOMETRICHE

TRACCIARE UN CERCHIO DOPPIO DI UNO DATO



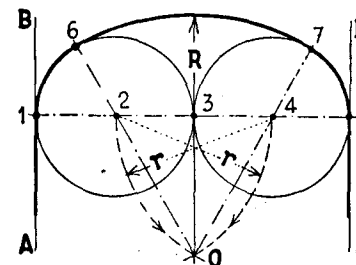
\overline{AO} = raggio del cerchio dato

\overline{AB} = tangente perpendicolare ad \overline{AO}

r = raggio \overline{AO} che interseca \overline{AB} nel punto C

R = raggio \overline{OC} del cerchio doppio.

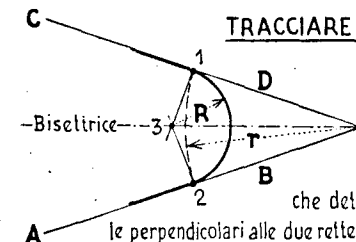
TRACCIARE L'ARCO "RIBASSATO", FRA DUE RETTE PARALLELE



\overline{AB} e \overline{CD} = rette parallele. $\overline{1,5}$ = segmento perpendicolare alle due rette, diviso in 4 parti uguali. 2 e 4 = centri delle due circonferenze tangenti nel punto 3

r = archi di cerchio di raggio $\overline{2,4}$ e $\overline{4,2}$ che determinano il centro O del raggio R dell'arco "ribassato", compreso fra 6 e 7.

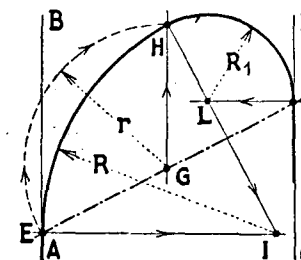
TRACCIARE UN ARCO DI RACCORDO FRA DUE RETTE CONVERGENTI



\overline{AB} e \overline{CD} = rette convergenti. O = incontro delle due rette. 1 = punto dato di inizio dell'arco di raccordo. r = raggio dell'arco

che determina il punto 2. Dai punti 1 e 2 innalzare le perpendicolari alle due rette che determinano il centro 3 del raggio R

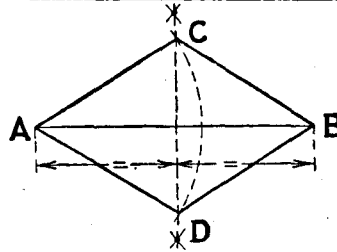
TRACCIARE L'ARCO "RAMPANTE", FRA DUE RETTE PARALLELE



\overline{AB} e \overline{CD} = rette parallele. \overline{EF} = linea di salita data. G = punto medio di \overline{EF} e centro del raggio r uguale a \overline{GE} che determina il punto H. \overline{EI} = perpendicolare ad \overline{AB} . \overline{FI} perpendicolare a \overline{CD} . Dal punto H determinare il punto I con retta perpendicolare ad \overline{EF} . I ed L = centri dei raggi R e R_1 che determinano l'arco "rampante".

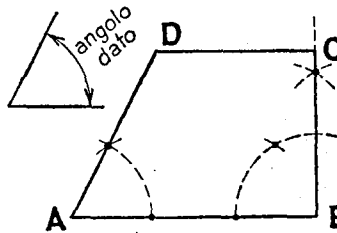
TRACCIATURE GEOMETRICHE

TRACCIARE UN ROMBO DATA UNA DIAGONALE ED IL LATO



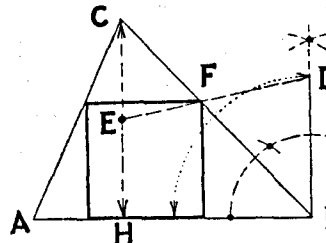
\overline{AB} = diagonale data.
Centrare in A o in B e con raggio uguale al lato determinare i vertici C e D, sulla perpendicolare passante per il centro della diagonale \overline{AB} .

TRACCIARE UN TRAPEZIO RETTANGOLO DATA LA BASE, L'ANGOLO DI BASE E L'ALTEZZA



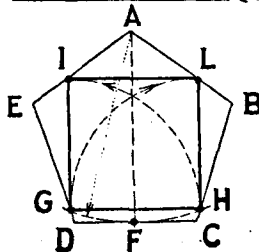
\overline{AB} = segmento dato di base.
Tracciare all'estremità A un angolo uguale a quello dato e all'estremità B la perpendicolare, riportandovi l'altezza in C.
 \overline{CD} = parallela alla \overline{AB} .

INSCRIVERE IL QUADRATO IN UN TRIANGOLO



\overline{ABC} = triangolo dato.
 \overline{BD} = metà di \overline{AB} e perpendicolare alla \overline{AB} . Tracciare l'altezza \overline{CH} del triangolo, unire il suo punto di mezzo E con D; F è uno dei vertici del quadrato.

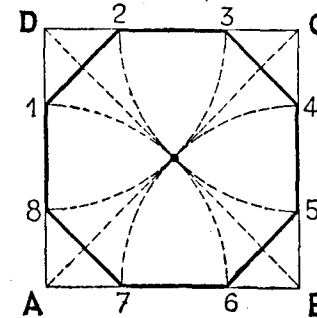
INSCRIVERE UN QUADRATO IN UN PENTAGONO REGOLARE



\overline{ABCDE} = pentagono dato.
Centrare in A con raggio \overline{AF} e determinare i punti G e H (due vertici del quadrato). Centrare successivamente in G ed H, e con raggio \overline{GH} , determinare i punti I e L (due altri vertici del quadrato inscritto).

TRACCIATURE GEOMETRICHE

INSCRIVERE L'OTTAGONO IN UN QUADRATO

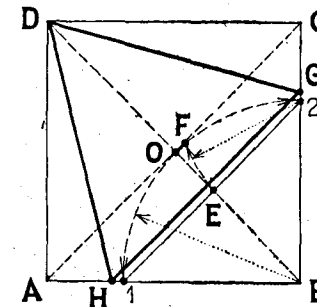


\overline{ABCD} = quadrato dato.

$\overline{AC}, \overline{BD}$ = diagonali.

Centrare successivamente nei quattro vertici A, B, C, D e con raggio uguale alla metà della diagonale tracciare quattro archi di cerchio intersecanti i lati del quadrato nei punti 1, 2, 3, ..., 8.

INSCRIVERE IL TRIANGOLO EQUILATERO IN UN QUADRATO

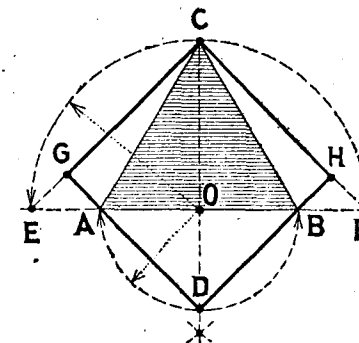


\overline{ABCD} = quadrato dato.

$\overline{AC}, \overline{BD}$ = diagonali.

Centrare in un vertice (per esempio in B) e con raggio uguale alla metà della diagonale tracciare l'arco e la corda 1, 2 determinando E. Centrare in 2 con raggio $\overline{2E}$; tracciare l'arco \overline{EF} , unire F col centro O e riportare metà di \overline{OF} dal punto 2 in G e dal punto 1 in H. \overline{HGD} = triangolo equilatero.

CIRCOSCRIVERE UN QUADRATO AD UN TRIANGOLO EQUILATERO



\overline{ABC} = triangolo equilatero dato

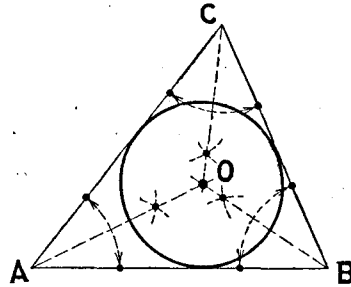
Tracciare l'altezza \overline{CO} , prolungarla oltre il lato \overline{AB} , centrare in O con raggio \overline{AO} e determinare D.

Centrare in O con raggio \overline{OC} e determinare E ed F sul prolungamento del lato \overline{AB} . Unire E con C ed F con C.

\overline{CHDG} = quadrato circoscritto.

TRACCIATURE GEOMETRICHE

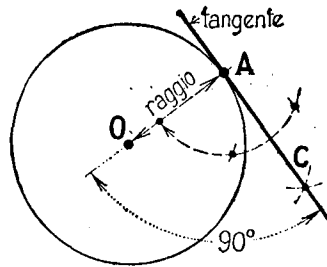
INSCRIVERE LA CIRCONFERENZA IN UN TRIANGOLO



$\triangle ABC$ = triangolo dato.

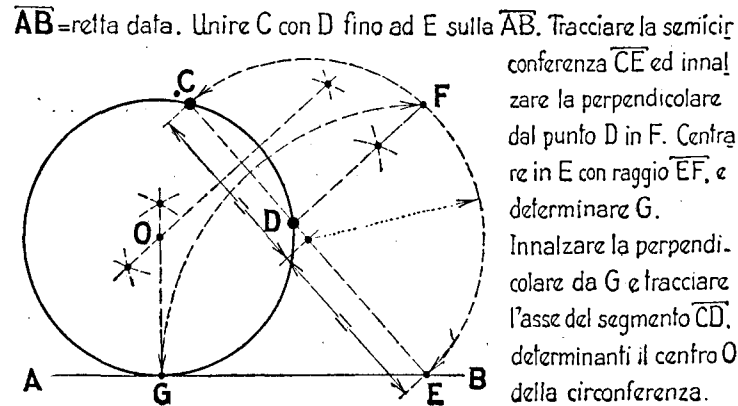
Il punto d'incontro O delle bisettrici degli angoli A, B, C è il centro della circonferenza inscritta.

TRACCIARE LA TANGENTE PASSANTE PER UN PUNTO QUALUNQUE A DELLA CIRCONFERENZA



Tracciare il raggio \overline{AO} . La sua perpendicolare \overline{AC} nel punto A è la tangente.

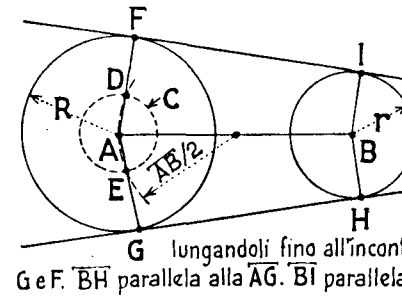
TRACCIARE LA CIRCONFERENZA PASSANTE PER DUE PUNTI C E D E TANGENTE AD UNA RETTA DATA



\overline{AB} = retta data. Unire C con D fino ad E sulla \overline{AB} . Tracciare la semicirconfenza \overline{CE} ed innalzare la perpendicolare dal punto D in F . Centrare in E con raggio \overline{EF} , e determinare G . Innalzare la perpendicolare da G e tracciare l'asse del segmento \overline{CD} , determinanti il centro O della circonferenza.

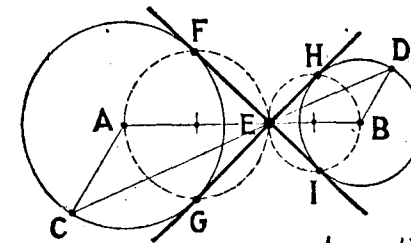
TRACCIATURE GEOMETRICHE

TRACCIARE LE TANGENTI COMUNI A DUE CIRCONFERENZE DATE DI RAGGIO DIFFERENTE



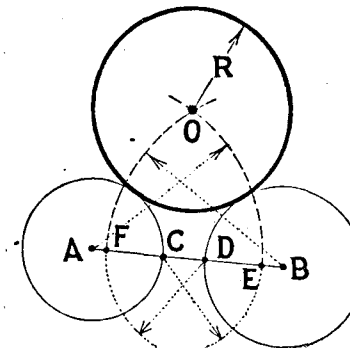
Unire i centri A e B . Centrare in A con raggio uguale alla differenza dei raggi R ed r e tracciare la circonferenza C . Determinare D ed E con raggio \overline{AB} diviso due.

Unire A con D e A con E prolungandoli fino all'incontro della circonferenza nei punti G e F . \overline{BH} parallela alla \overline{AG} . \overline{BI} parallela alla \overline{AF} . \overline{FI} e \overline{GH} = tangenti.



Tracciare in senso opposto i due raggi paralleli \overline{AC} e \overline{BD} . Unire C con D e A con B , ottenendo il punto E . Tracciare due circonferenze di diametro \overline{AE} e \overline{EB} , ottenendo i punti F, G, H, I . Le rette \overline{FI} e \overline{GH} sono tangenti alle due circonferenze.

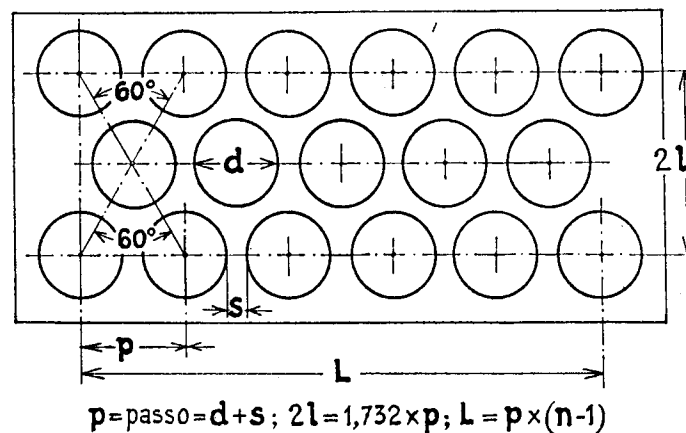
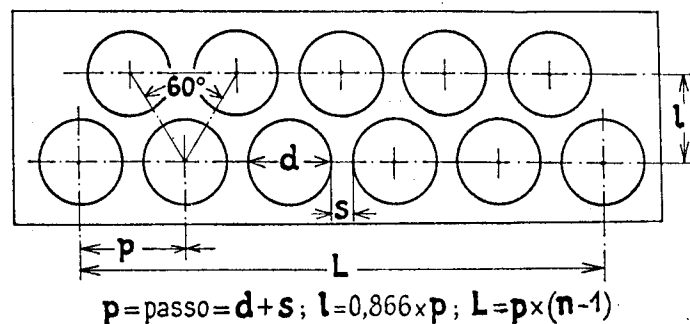
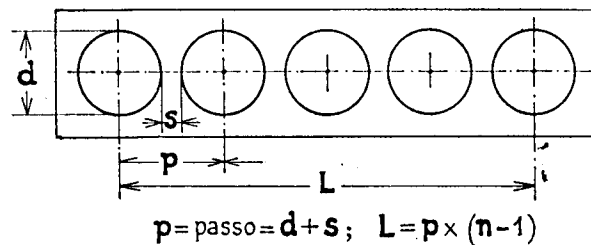
TRACCIARE UNA CIRCONFERENZA DI RAGGIO DATO R TANGENTE A DUE CIRCONFERENZE DATE



Unire A con B e riportare la lunghezza del raggio dato R da C in E e da D in F . Centrare successivamente in A e in B con archi di cerchio \overline{AE} e \overline{BF} e intersecare in O . O = centro della circonferenza tangente alle due circonferenze date.

TRACCIATURA GEOMETRICA DI FORI EQUIDISTANTI

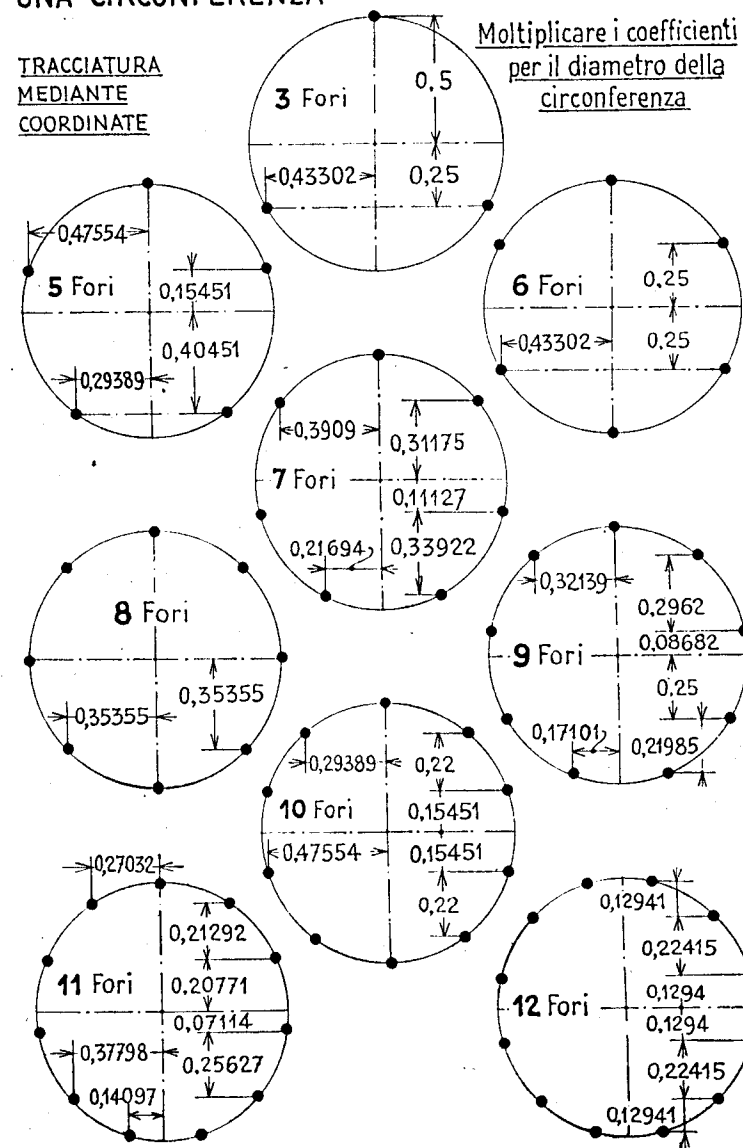
n = numero dei fori



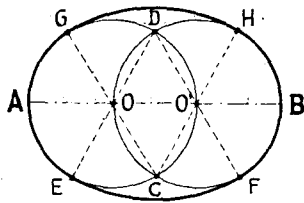
TRACCIATURA DI FORI REGOLARMENTE DISPOSTI SU UNA CIRCONFERENZA

TRACCIATURA
MEDIANTE
COORDINATE

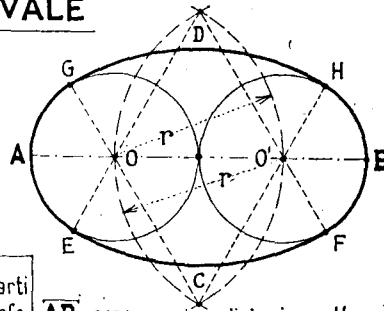
Moltiplicare i coefficienti
per il diametro della
circonferenza



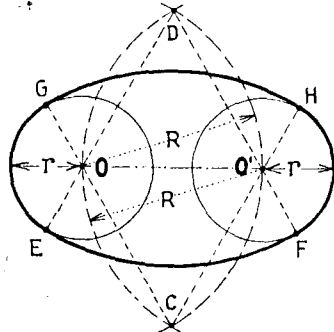
Tipi di **OVALE**



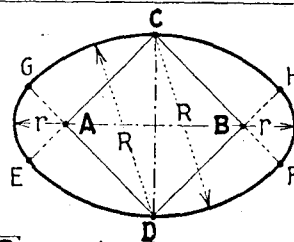
\overline{AB} = asse maggiore divisa in tre parti uguali. O e O' = centri delle due circonferenze. C e D = centri dei due archi di cerchio complementari \overline{GH} e \overline{EF} .



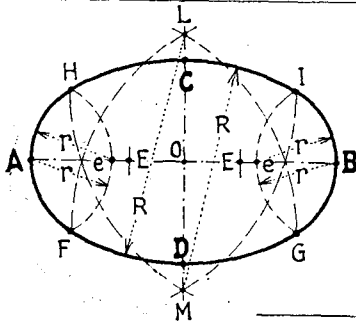
\overline{AB} = asse maggiore divisa in quattro parti uguali. O e O' = centri delle due circonferenze. r = raggi per la determinazione dei centri C e D relativi ai due archi di cerchio complementari \overline{GH} e \overline{EF} .



$\overline{OO'}$ = distanza fra i centri dei raggi r . R = raggi per la determinazione dei centri C e D relativi ai due archi di cerchio complementari \overline{GH} e \overline{EF} .



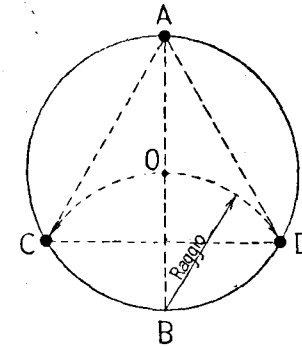
\overline{CD} = asse minore stabilito. Costruire il quadrato $ABCD$, prolungandone i lati. C e D = centri dei raggi R relativi ai due archi di cerchio \overline{GH} e \overline{EF} . A e B = centri dei raggi r relativi ai due archi di cerchio \overline{EG} e \overline{FH} .



\overline{AB} e \overline{CD} = asse maggiore e asse minore stabiliti. \overline{AE} e \overline{BE} = metà dell'asse minore \overline{CD} . \overline{EE} = un terzo di \overline{EO} . r = raggi per la determinazione dei punti F, H, G, I e dei due relativi archi di cerchio \overline{FH} e \overline{GI} . L e M = punti ottenuti con archi di cerchio di raggio \overline{FG} e \overline{HI} . R = raggi per la determinazione dei due archi complementari \overline{HI} e \overline{FG} .

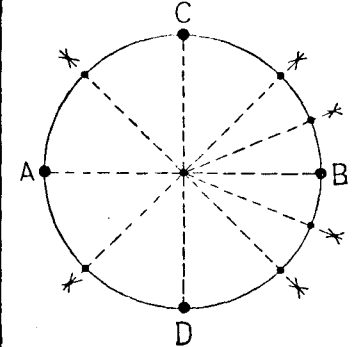
DIVISIONI IN PARTI UGUALI DELLA CIRCONFERENZA

IN TRE PARTI



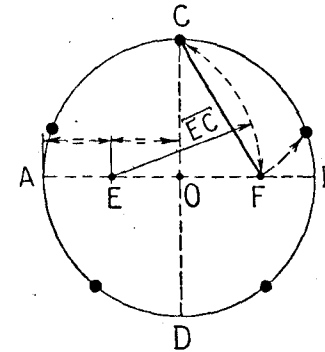
Tracciare il diametro \overline{AB} e l'arco \overline{CD} con centro in B passante per il centro O della circonferenza. I punti A, C, D dividono la circonferenza in tre parti uguali.

IN 4, 8, 16, ECC. PARTI



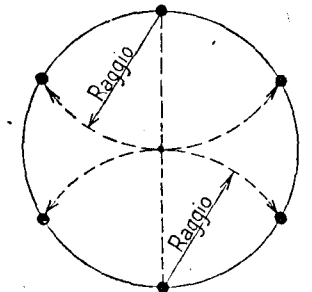
Tracciare il diametro \overline{AB} e quello perpendicolare \overline{CD} . I punti A, B, C, D dividono la circonferenza in quattro parti uguali. Dividere successivamente ogni arco per metà e ottenere la divisione in 8, 16, ecc. parti uguali.

IN CINQUE PARTI



Tracciare il diametro \overline{AB} e quello perpendicolare \overline{CD} . Centro in E (metà di \overline{AO}) con raggio \overline{EC} descrivere l'arco \overline{CF} . La distanza \overline{CF} divide la circonferenza in cinque parti uguali.

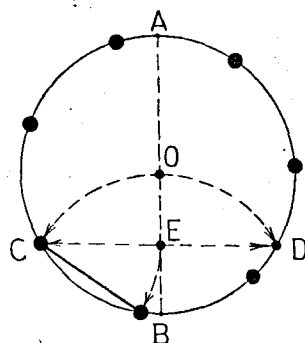
IN SEI PARTI



Il raggio di una circonferenza la divide in sei parti uguali.

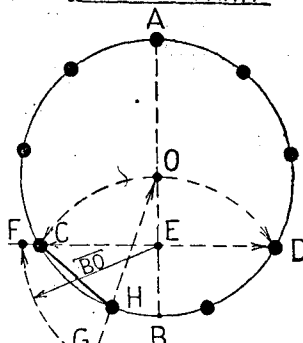
DIVISIONI IN PARTI UGUALI DELLA CIRCONFERENZA

IN SETTE PARTI



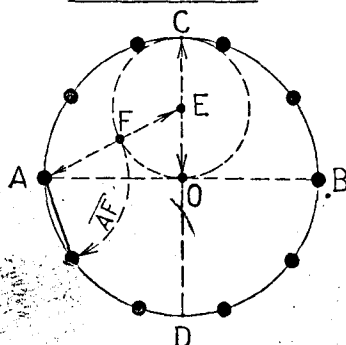
Tracciare il diametro \overline{AB} e l'arco \overline{CD} con centro in B passante per il centro O della circonferenza. La distanza CE (metà di \overline{CD}) divide la circonferenza in sette parti uguali.

IN NOVE PARTI



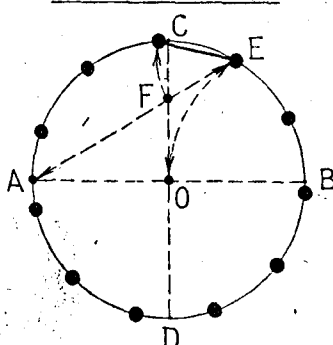
Tracciare il diametro \overline{AB} e l'arco \overline{CD} con centro in B passante per il centro O della circonferenza. Centro in E ed in F, con raggio \overline{BO} , determinare il punto G, unendolo con O. Il segmento \overline{CH} divide la circonferenza in nove parti uguali.

IN DIECI PARTI



Tracciare il diametro \overline{AB} , quello perpendicolare \overline{CD} e la circonferenza di diametro \overline{OC} . Dopo avere unito E con A, la distanza \overline{AF} divide la circonferenza in dieci parti uguali.

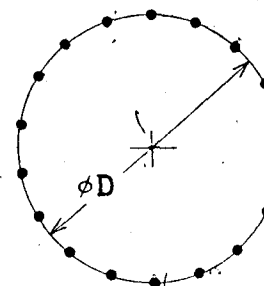
IN UNDICI PARTI



Tracciare il diametro \overline{AB} e quello perpendicolare \overline{CD} . Centro in B, tracciare l'arco \overline{OE} e unire A con E. La distanza \overline{EF} divide la circonferenza in undici parti uguali.

DIVISIONE DEL CIRCOLO

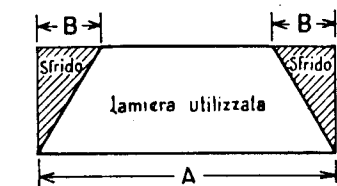
(IN PARTI UGUALI MEDIANTE IL LATO DEL POLIGONO REGOLARE INSCRITTO NELLA CIRCONFERENZA)



Divisione della circonferenza fino a 100 parti uguali

$L = \text{lato} = \phi D \times x$ (vedi valori in tabella, corrispondenti ad $n = \text{numero dei lati o delle parti uguali dividenti la circonferenza}$)

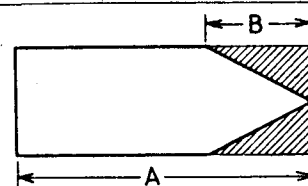
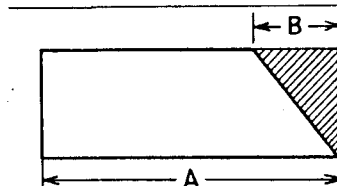
n	x	n	x	n	x	n	x
1	0,00000	26	0,12054	51	0,06156	76	0,04132
2	1,00000	27	0,11609	52	0,06038	77	0,04079
3	0,86603	28	0,11196	53	0,05924	78	0,04027
4	0,70711	29	0,10812	54	0,05814	79	0,03976
5	0,58779	30	0,10453	55	0,05709	80	0,03926
6	0,50000	31	0,10117	56	0,05607	81	0,03878
7	0,43388	32	0,09802	57	0,05509	82	0,03830
8	0,38268	33	0,09506	58	0,05414	83	0,03784
9	0,34202	34	0,09227	59	0,05322	84	0,03739
10	0,30902	35	0,08964	60	0,05234	85	0,03695
11	0,28173	36	0,08716	61	0,05148	86	0,03652
12	0,25882	37	0,08481	62	0,05065	87	0,03610
13	0,23932	38	0,08258	63	0,04985	88	0,03569
14	0,22252	39	0,08047	64	0,04907	89	0,03529
15	0,20791	40	0,07846	65	0,04831	90	0,03490
16	0,19509	41	0,07655	66	0,04758	91	0,03452
17	0,18375	42	0,07473	67	0,04687	92	0,03414
18	0,17365	43	0,07300	68	0,04618	93	0,03377
19	0,16459	44	0,07134	69	0,04551	94	0,03341
20	0,15643	45	0,06976	70	0,04486	95	0,03306
21	0,14904	46	0,06824	71	0,04423	96	0,03272
22	0,14231	47	0,06679	72	0,04362	97	0,03238
23	0,13617	48	0,06540	73	0,04302	98	0,03205
24	0,13053	49	0,06407	74	0,04244	99	0,03173
25	0,12533	50	0,06279	75	0,04188	100	0,03141

Esempi di **CALCOLO DELLA PERCENTUALE DI SFRIDO****LAMIERE DI FORMATO
CORRENTE, COMMERCIALI**

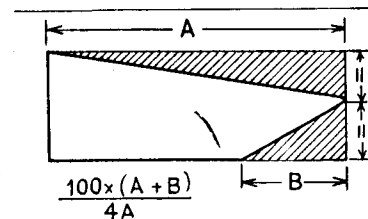
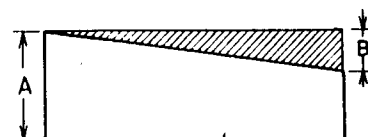
Percentuale di sfrido = $\frac{\text{superficie che viene tolta dalla lamiera}}{\text{Superficie totale lamiera}} \times 100 =$
 $= \frac{100 \times B}{A}$

Esempio: A = 2000 mm; B = 500 mm

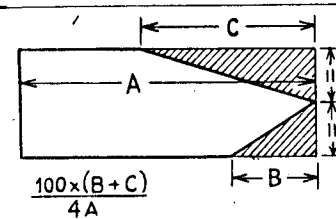
$$\frac{100 \times 500}{2000} = 25\%$$



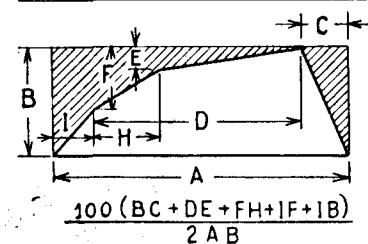
$$\frac{100 \times B}{2A}$$



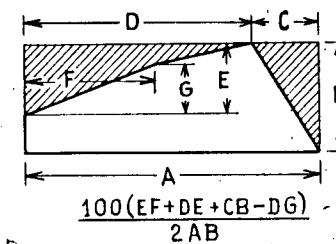
$$\frac{100 \times (A+B)}{4A}$$



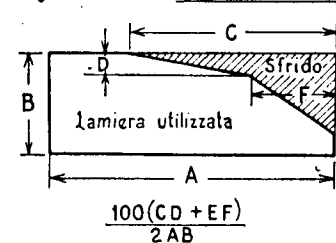
$$\frac{100 \times (B+C)}{4A}$$



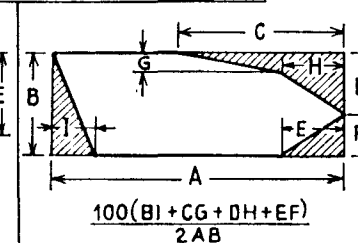
$$\frac{100 (BC + DE + FH + I + JB)}{2AB}$$



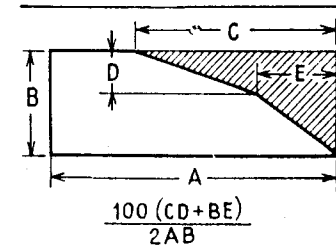
$$\frac{100 (EF + DE + CB - DG)}{2AB}$$

segue esempi di **CALCOLO DELLA PERCENTUALE DI SFRIDO**

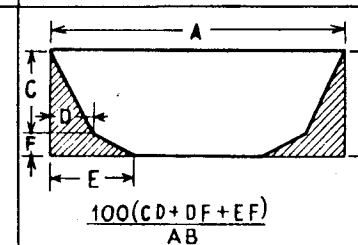
$$\frac{100 (CD + EF)}{2AB}$$



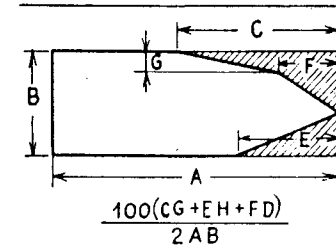
$$\frac{100 (BI + CG + DH + EF)}{2AB}$$



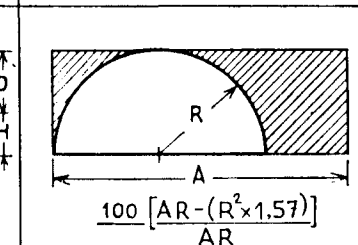
$$\frac{100 (CD + BE)}{2AB}$$



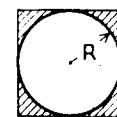
$$\frac{100 (CD + DF + EF)}{AB}$$



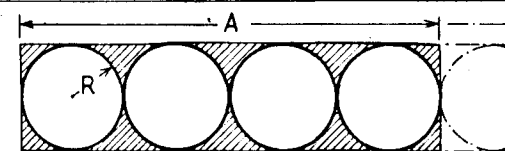
$$\frac{100 (CG + EH + FD)}{2AB}$$



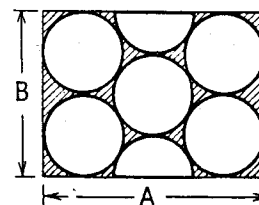
$$\frac{100 [AR - (R^2 \times 1.57)]}{AR}$$



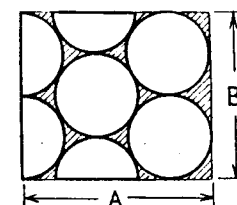
21,5 % di $2R^2$



21,5 % di $2R \times A$



13,75%
di
 $A \times B$

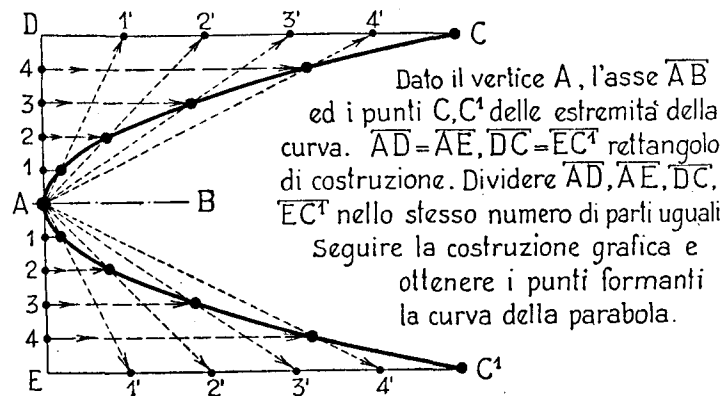


12% ~
di
 $A \times B$

PARABOLA

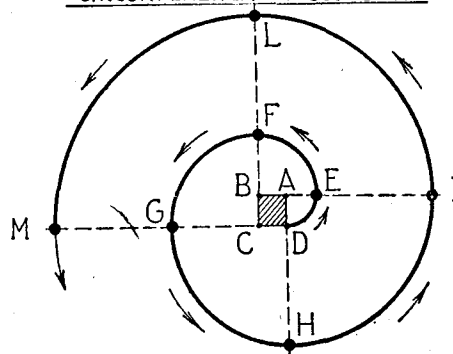
TRAIETTORIA PERCORSO DA UN CORPO LANCIATO IN DIREZIONE ORIZZONTALE
O CURVA GENERATA DA UN TAGLIO PARALLELO ALLA GENERATRICE DI UN CONO.

SISTEMA DI TRACCIATO GEOMETRICO



SPIRALE DI ARCHIMEDE

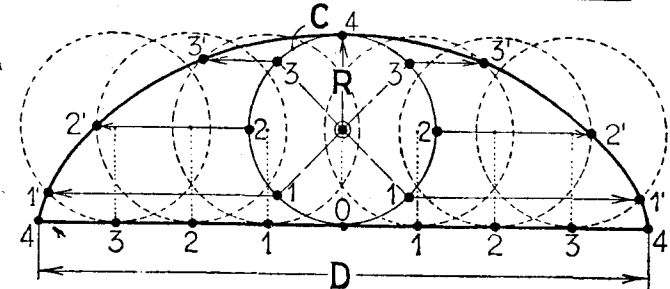
SOLUZIONE COL QUADRATO, DATO IL PASSO E A MEZZO DI ARCHI DI
CIRCONFERENZA RACCORDATI



Costruire il quadrato \overline{ABCD} di lato uguale alla quarta par-
te del passo, prolungando i lati nello stesso senso. Centro
in A, raggio \overline{AD} e arco \overline{DE} ; centro in B, raggio \overline{BE} e ar-
co \overline{EF} ; e così di seguito.

CICLOIDE

TRAIETTORIA PERCORSO DA UN PUNTO DI UNA CIRCONFERENZA
CHE ROTOLA SENZA STRISCIARE SU UNA LINEA RETTA



$C = \text{circolo generatore} = 2R \times \pi$; $D = \text{lunghezza della retta di base} = C$;

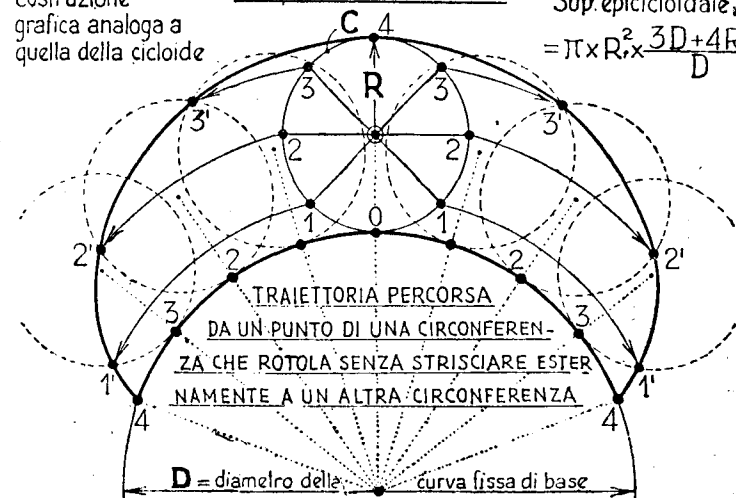
Superficie cicloidale = $3 \times R^2 \times \pi$

Dividere il circolo generatore in un numero qualunque di parti uguali, ripor-
tandole (archi rettificati) sulla retta di base D. Innalzare le perpendicola-
ri, tracciare altrettanti circoli generatori, condurre le parallele 1-1', 2-2', etc. sui
circoli relativi e formare la serie dei punti generatori della cicloide.

EPICICLOIDE

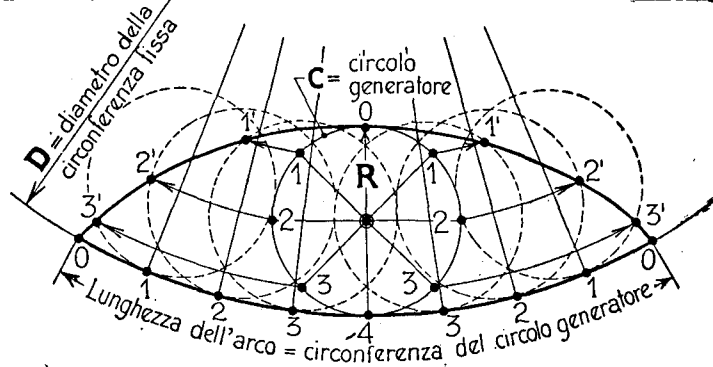
Costruzione
grafica analoga a
quella della cicloide

Sup. epicicloidale,
 $= \pi \times R^2 \times \frac{3D+4R}{D}$



IPOCICLOIDE

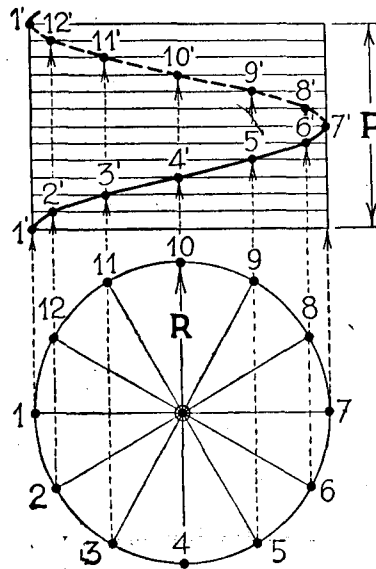
TRAIETTORIA PERCORSO DA UN PUNTO DI UNA CIRCONFERENZA CHE ROTOLA SENZA STRISCIARE INTERNAMENTE A UN'ALTRA CIRC.^{NA}



Costruzione grafica analoga a quella della cicloide.

$$\text{Superf. ipocicloidale} = \pi \times R^2 \times \frac{3D-4R}{D}$$

ELICA CILINDRICA



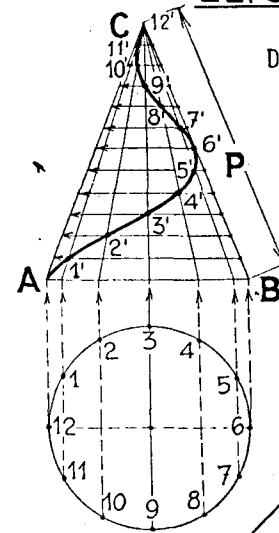
Dividere la circonferenza in un numero qualunque di parti uguali (10, 12, etc.) Dividere il passo P con lo stesso numero di parti uguali, innalzare le perpendicolari e segnare i relativi punti 1', 2', 3', etc. generatori dell'elica.

Lunghezza dell'elica (sviluppo):

$$= n \times \sqrt{39,4784 \times R^2 + P^2}$$

di cui: n = numero delle spire;
 R = raggio del cilindro;
 P = passo dell'elica;
 $39,4784 = 2\pi^2$.

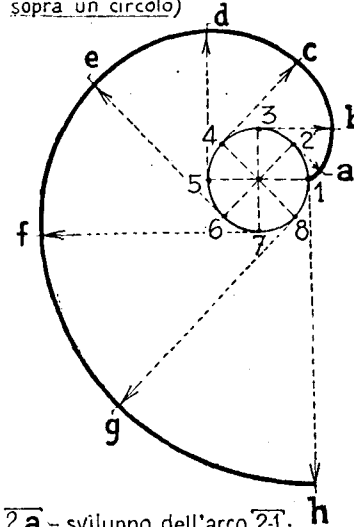
ELICA CONICA



Dividere la circonferenza in un numero qualunque di parti uguali (10, 12, ecc.)
 Dividere il passo P con lo stesso numero di parti uguali e tracciare le relative parallele alla base AB .
 Innalzare verticalmente dai punti 1, 2, 3, ecc. sulla base AB e riunire col vertice. I punti d'intersecazione 1', 2', 3', ecc. sono i generatori dell'elica conica.

EVOLVENTE DI CIRCOLO O SVILUPPANTE

(Generata da un punto di una retta che si sviluppa senza strisciare sopra un circolo)



Dividere la circonferenza in un numero qualunque di parti uguali e da ciascuna divisione condurre una tangente perpendicolare al raggio rispettivo. Punto a ottenuto con arco di cerchio $2-1$; b con arco di cerchio $3-a$; c con arco di cerchio $4-b$; ecc.
 I punti a, b, c , ecc., riuniti, sono i generatori dell'evolvente, la quale risulterà tanto più esatta quanto più sarà stata suddivisa la circonferenza in parti uguali.

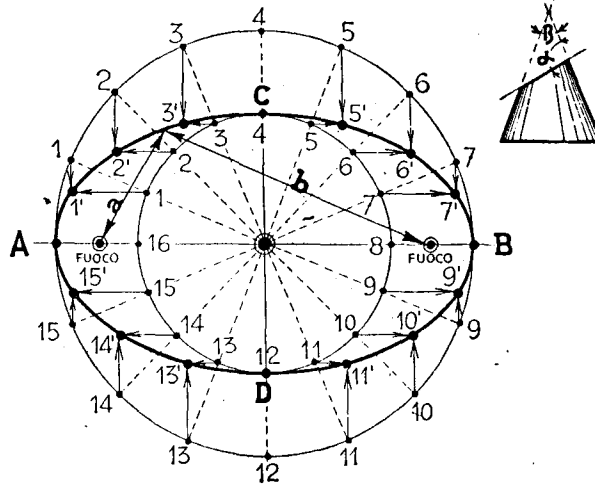
$2a$ = sviluppo dell'arco $2-1$;

$3b$ = sviluppo dell'arco $3-1$; $4c$ = sviluppo dell'arco $4-1$; ecc.

ELLISSE

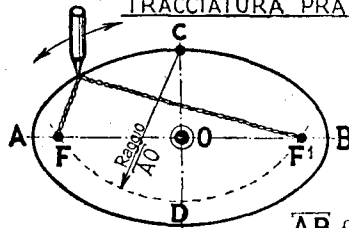
LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI, TALI CHE LA SOMMA DELLE DISTANZE DI CIASCUNO DI ESSI DAI DUE "FUOCHI", E' COSTANTE E UGUALE ALL'ASSE MAGGIORE, CIOE': $a+b = \overline{AB}$; SEZIONE OBLIQUA ALL'ASSE DI UN CONO, TALE CHE LA SOMMA DEGLI ANGOLI $\alpha + \beta$ SIA MINORE DI 180°

SISTEMA DI TRACCIAMENTO GEOMETRICO



Si descrivano due circonferenze concentriche aventi per diametro gli assi \overline{AB} e \overline{CD} dell'ellisse e si dividano in un numero qualunque di parti uguali. L'incontro delle rette parallele ai due assi passanti per le divisioni corrispondenti delle due circonferenze determina i punti 1, 2, 3, ecc., appartenenti all'ellisse

TRACCIATURA PRATICA DELL'ELLISSE



Si traccino gli assi dati \overline{AB} , \overline{CD} , perpendicolari fra loro e che si taglino nel punto di mezzo O. Con raggio AO, centro in O, si determinino i fuochi F, F'. Fissare nei due fuochi gli estremi di una cordicella sottile di lunghezza uguale all'asse maggiore \overline{AB} , fare scorrere la matita tenendo la cordicella costantemente tesa, nel modo indicato dalla figura.

dicella costantemente tesa, nel modo indicato dalla figura.

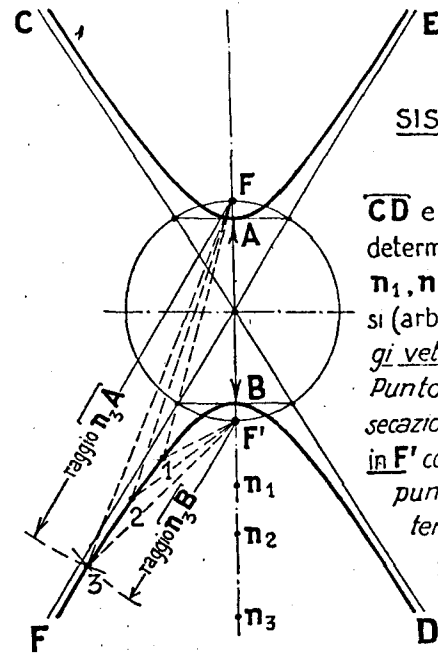
IPERBOLE

CURVA COMPOSTA DI DUE RAMI SIMMETRICI CHE SI ESTENDONO ALL'INFINITO - Luogo geometrico dei punti, tali che la differenza delle distanze fra F_1 ed F_2 è $2F'$, ecc. sia sempre uguale alla distanza \overline{AB}

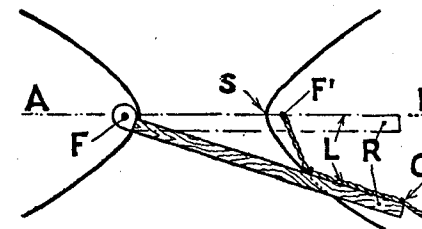
SISTEMA DI TRACCIATURA GEOMETRICA

\overline{CD} e \overline{EF} = generatrici dei coni determinanti l'iperbole (*assintoti*). n_1, n_2, n_3 , ecc. = punti qualsiasi (arbitrari); F_1, F_2 , ecc. = raggi vettori).

Punto 1 determinato dalla intersecazione del raggio n_1B centro in F' col raggio n_1A centro in F ; punto 2 determinato dalla intersecazione del raggio n_2B centro in F' col raggio n_2A centro in F ; ecc.



TRACCIATURA PRATICA DELL'IPERBOLE



Adattare la riga R in modo ch'essa possa girare imperniata sul centro del fuoco F che abbia il lato L corrispondente esattamente alla posizione dell'asse \overline{AB}

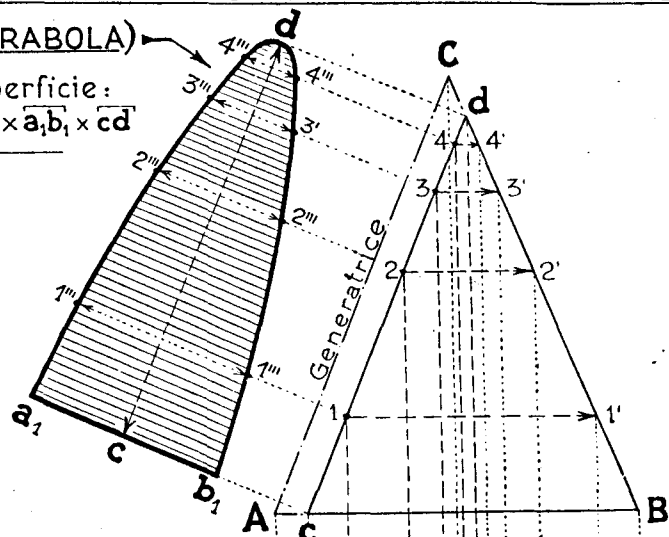
Fissare il capo di una cordicella all'estremo C della riga R e l'altro capo sul fuoco F'. Tenere tesa la cordicella mediante un lapis od una punta a tracciare, inizialmente centrati in S e scorrere aderente alla riga.

SEZIONE DI CONO RETTO

GENERATA DA UN PIANO PARALLELO AD UNA GENERATRICE

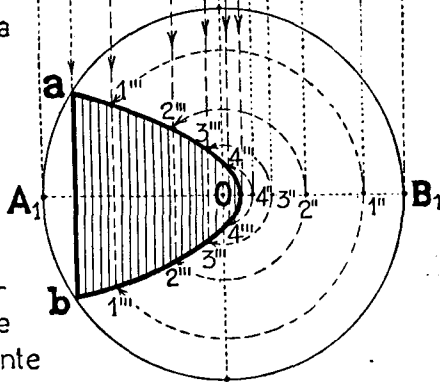
(PARABOLA)

Superficie:
 $\frac{2}{3} \times \overline{a_1 b_1} \times \overline{cd}$



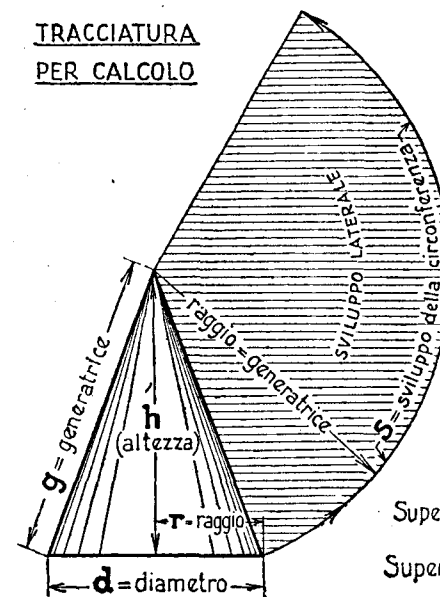
\overline{AB} = base del cono;
 \overline{ab} = larghezza della parabola; \overline{cd} = altezza della parabola.

Dividere l'altezza della parabola in un numero qualunque di parti, più piccole verso d , riportandole orizzontalmente sulla generatrice BC , quindi verticalmente sull'asse $A_1 B_1$, e con archi di cerchio, centro in O , intersecare con le corrispondenti verticali abbassate dalla cd , nei punti $1''$, $2''$, ecc. Il profilo grafico della parabola viene definito dalle larghezze $1''$, $2''$, ecc., riportate sulle corrispondenti parallele alla $a_1 b_1$.



SVILUPPO LATERALE DEL CONO

TRACCIATURA
PER CALCOLO



$$g = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$S = d \times \pi$$

FORMULE DI COMPLEMENTO

$$h = \frac{\text{Volume} \times 3}{\text{Superficie base}}$$

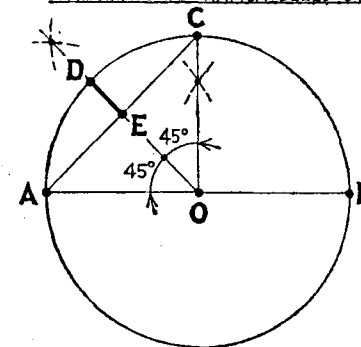
$$d = \sqrt{\frac{\text{Volume} \times 3}{0,7854 \times h}}$$

$$\text{Volume} = \frac{\text{Superficie base} \times h}{3}$$

$$\text{Superficie base} = r^2 \times \pi = \frac{\text{Volume} \times 3}{h}$$

$$\text{Superficie laterale} = \frac{d \times \pi \times g}{2}$$

TRACCIATURA GRAFICA DELLO SVILUPPO DELLA CIRCONFERENZA



\overline{AB} = diametro; \overline{OC} = perpendicolare ad \overline{AB} ; \overline{OD} = bisettrice dell'angolo AOC ; \overline{AC} = corda; \overline{DE} = saetta.

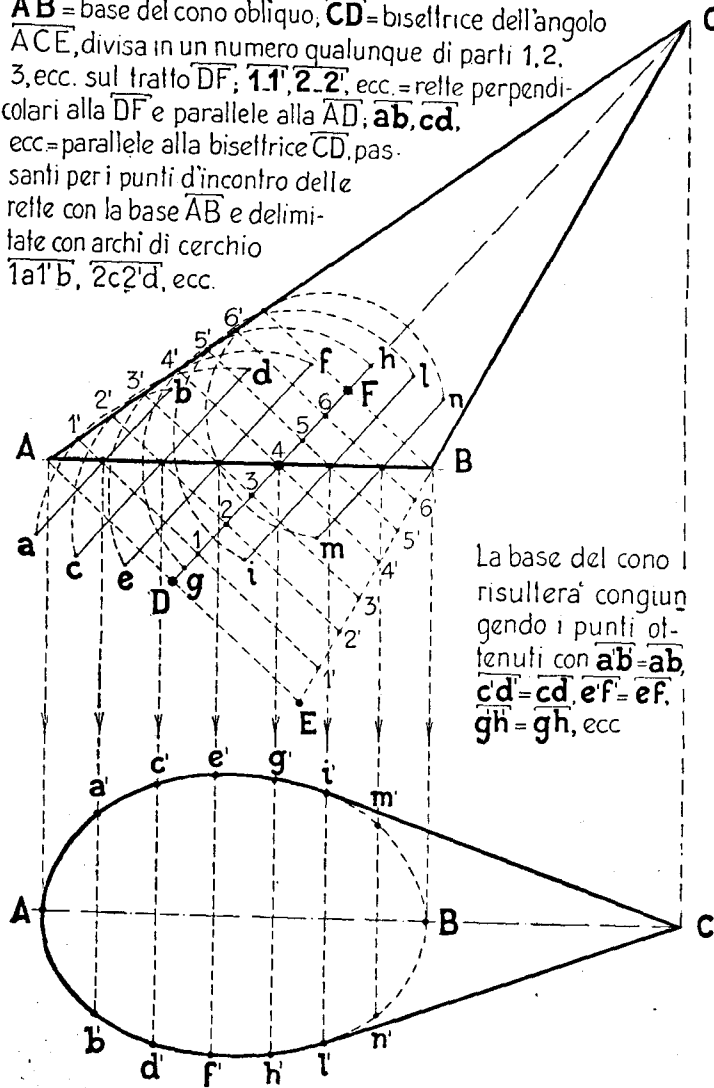
Lo sviluppo grafico approssimato della circonferenza è uguale a tre volte il diametro \overline{AB} + una volta la saetta \overline{DE} .

Lo sviluppo grafico risultante è per eccesso con una approssimazione del 0,1534 per cento, essendo la lunghezza della saetta \overline{DE} per un angolo al centro di 90° uguale a $0,14645 \times \overline{AB}$. Il valore approssimato di π che risulta è di 3,14645, anziché di 3,14159...

CONO OBLIQUO

PROIEZIONE DELLA BASE CON SEZIONE
SU PIANO ORIZZONTALE

\overline{AB} = base del cono obliquo, \overline{CD} = bisettrice dell'angolo \widehat{ACE} , divisa in un numero qualunque di parti 1, 2, 3, ecc. sul tratto \overline{DF} ; $\overline{1'1'}$, $\overline{2'2'}$, ecc. = rette perpendicolari alla \overline{DF} e parallele alla \overline{AD} ; \overline{ab} , \overline{cd} , ecc. = parallele alla bisettrice \overline{CD} , passanti per i punti d'incontro delle rette con la base \overline{AB} e delimitate con archi di cerchio $\overline{1a'1'b'}$, $\overline{2c'2'd'}$, ecc.



La base del cono risulterà congiungendo i punti ottenuti con $\overline{ab} = \overline{ab}$, $\overline{cd} = \overline{cd}$, $\overline{ef} = \overline{ef}$, $\overline{gh} = \overline{gh}$, ecc.

SVILUPPO - LATERALE DEL CONO OBLIQUO

1, 2, 3, ecc. = divisioni in parti uguali sul contorno della base, $\overline{1'1'}$, $\overline{2'2'}$, ecc. =

= archi di cerchio, centro in V' ; $\overline{1'a'}$, $\overline{2'b'}$, ecc. = perpendicolari innalzate sulla base \overline{AB} e riunite col vertice V

$\overline{A''V''} = \overline{AV}$

$\overline{a'V''} = \overline{aV}$

$\overline{b'V''} = \overline{bV}$

$\overline{c'V''} = \overline{cV}$

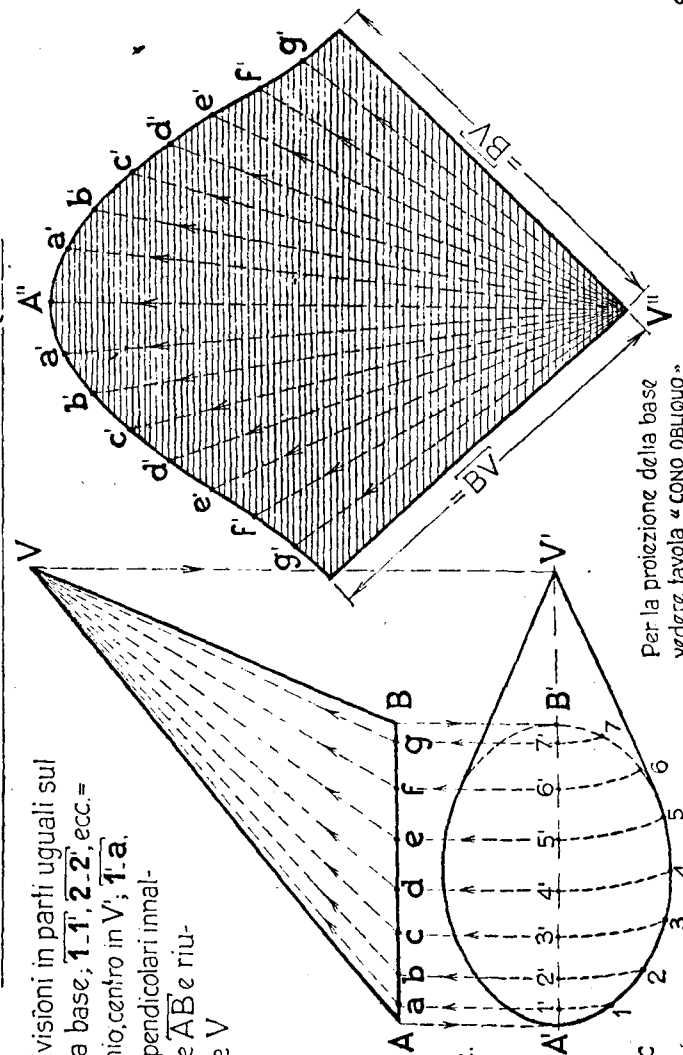
$\overline{d'V''} = \overline{dV}$, ecc.

$\overline{A''a'} = \overline{A'1'}$

$\overline{a'b'} = \overline{1'2'}$

$\overline{b'c'} = \overline{2'3'}$

$\overline{c'd'} = \overline{3'4'}$, ecc.

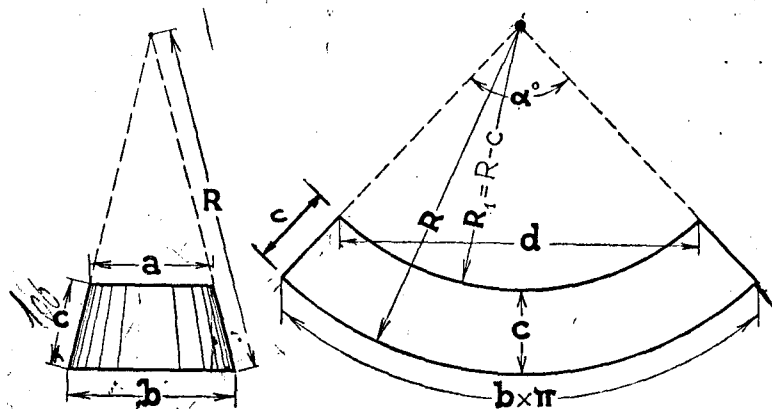


Per la proiezione della base vedere tavola « CONO OBLIQUO »

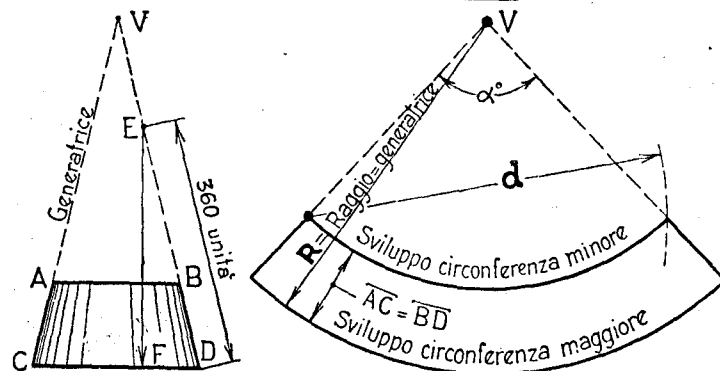
SVILUPPO DEL TRONCO DI CONO

TRACCIATURA PER CALCOLO

$$R = \frac{b \times c}{b - a}; \alpha^\circ = \frac{b}{R} \times 180^\circ = \frac{180^\circ \times (b \times \pi)}{R \times \pi}; d = 2R_1 \times \sin \frac{\alpha^\circ}{2}$$



TRACCIATURA GRAFICA

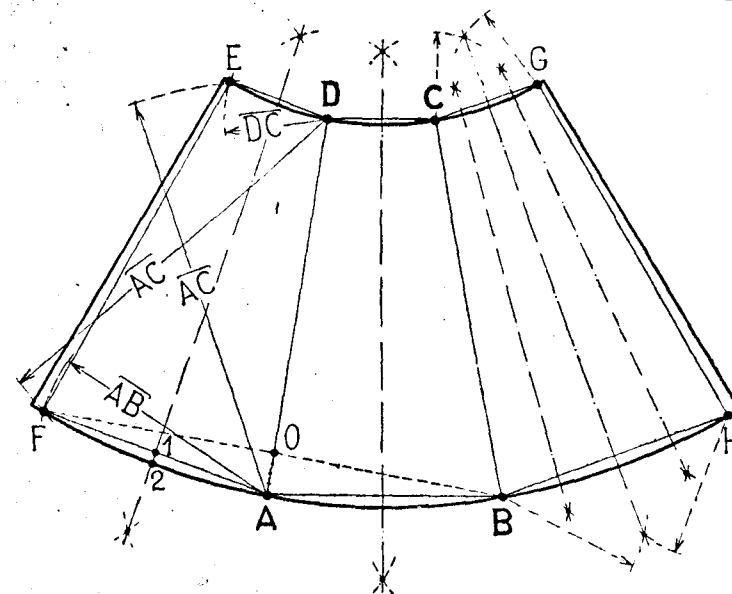


ABCD = Tronco di cono. Prolungare i lati concorrenti AC e BD fino all'incontro V (vertice del cono). Per determinare α° (angolo dello sviluppo del tronco di cono) indicare sulla generatrice DV, a partire da D fino ad E, una distanza di 360 unita' (in millimetri o in centimetri). Da E abbassare la perpendicolare sulla base CD nel punto F. La distanza FD esprime (in millimetri o in centimetri) il valore in gradi dell'angolo α° .

SVILUPPO DEL TRONCO DI CONO

A BASI PARALLELE

METODO DI TRACCIATURA APPROSSIMATIVA SENZA CONSIDERARE IL VERTICE



Dato il tronco di cono ABCD, tracciarne altri due uguali e adiacenti al primo, con archi di cerchio di raggio AC, DC e AB.

Determinazione delle circonferenze di base

La congiungente FB incontra in O la generatrice AD. Dal punto d'incontro 1 (bisettrice-base) riportare la quarta parte di AO, ottenendo il punto 2, dal quale, per approssimazione, passa la circonferenza di base.

Per ottenere un maggior numero di punti intermedi fra FA, AB, BH, ED, DC e CG, tracciare altre bisettrici e ripetere analogo procedimento.

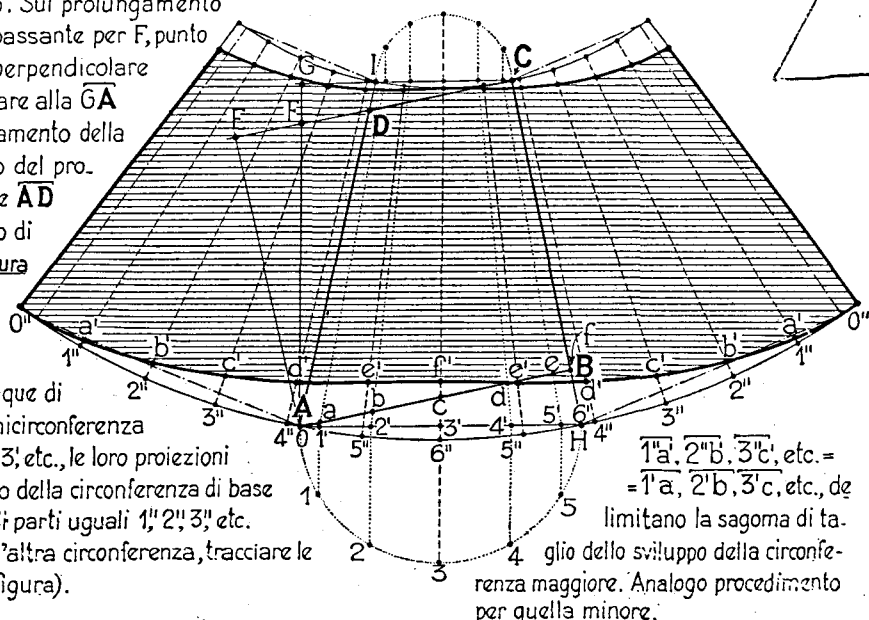
Risultando lo sviluppo delle due basi AB x 3 anziché per 3,14 e DC x 3 anziché per 3,14, aggiungere sul prolungamento della differenza di AB x 0,14 e di DC x 0,14.

SVILUPPO DEL TRONCO DI CONO A BASI PARALLELE E PERPENDICOLARI AD UNA GENERATRICE

METODO DI TRACCIATURA APPROSSIMATIVA SENZA CONSIDERARE IL VERTICE

\overline{ABCD} = tronco di cono dato. Sul prolungamento della \overline{CD} , $\overline{EC} = \overline{AB}$. \overline{AG} , passante per F, punto di mezzo della \overline{ED} . \overline{CG} = perpendicolare alla \overline{GA} . \overline{AH} = perpendicolare alla \overline{GA} fino all'incontro del prolungamento della generatrice \overline{CB} . I = incontro del prolungamento della generatrice \overline{AD} con la \overline{GC} . \overline{AHIC} = tronco di cono regolare. Per la tracciatura dello sviluppo delle due circonferenze di base, vedi metodo della tavola precedente.

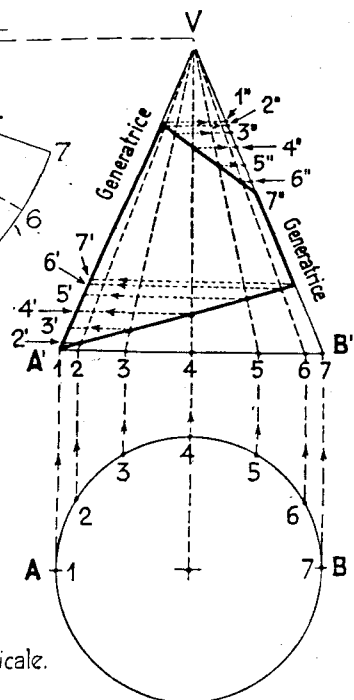
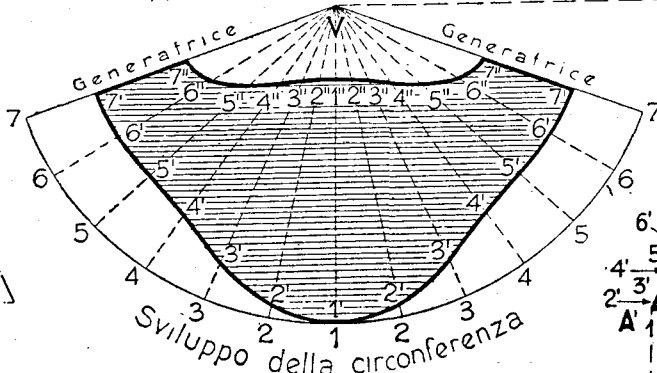
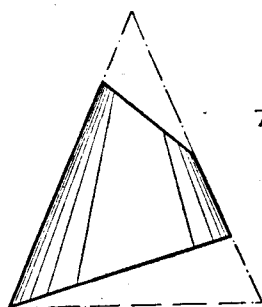
Dividere in un numero qualunque di parti uguali 1, 2, 3, etc., la semicirconferenza di diametro \overline{AH} e siano 1', 2', 3', etc., le loro proiezioni su di esso. Dividere lo sviluppo della circonferenza di base del cono in un numero doppio di parti uguali 1'', 2'', 3'', etc. Con analogo procedimento per l'altra circonferenza, tracciare le generatrici (punteggiate in figura).



$\overline{1''a}, \overline{2''b}, \overline{3''c}, \text{etc.} = \overline{1'a}, \overline{2'b}, \overline{3'c}, \text{etc.}$, de limitano la sagoma di taglio dello sviluppo della circonferenza maggiore. Analogo procedimento per quella minore.

SVILUPPO DEL TRONCO DI CONO RETTO A BASI NON PARALLELE

Sviluppo laterale del tronco di cono

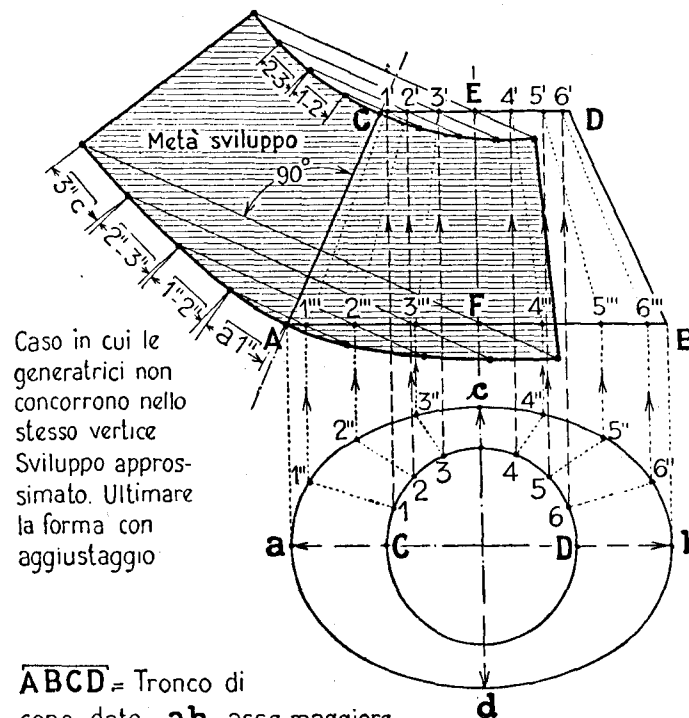


Dividere la semicirconferenza della base del cono figurato completo in un numero qualunque di parti uguali. Riportare perpendicolarmente le divisioni sulla base A, B, congiungendole col vertice V.

Sviluppo del cono completo: $\overline{1V} = \overline{7V} = \overline{A_1V} = \overline{B_7V}$, dividere lo sviluppo della circonferenza in un numero doppio di parti uguali a quelle della semicirconferenza della base, 1-2 = 2-3, etc., congiungendo i punti col vertice V.

Sviluppo del tronco di cono: $\overline{V.7}, \overline{V.7''}, \overline{V.6}, \overline{V.6''}, \text{etc.}$ uguali a quelle della proiezione verticale.

SVILUPPO DEL TRONCO DI CONO AVENTE LA BASE MAGGIORE ELLITTICA



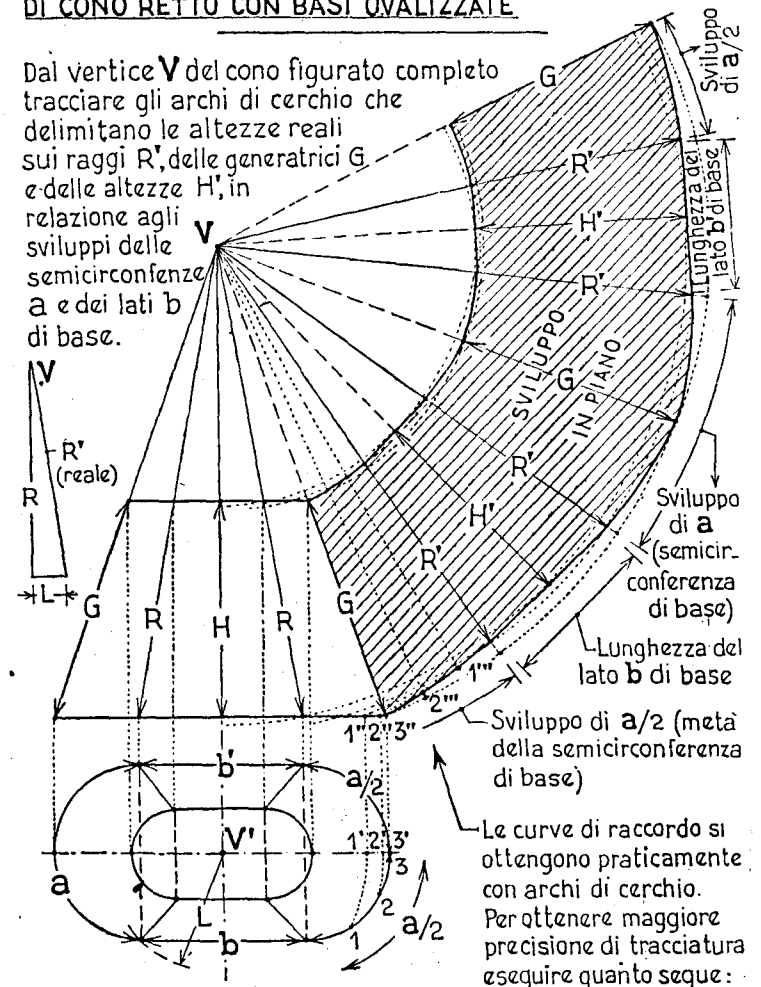
Caso in cui le generatrici non concorrono nello stesso vertice. Sviluppo approssimato. Ultimare la forma con aggiustaggio.

\overline{ABCD} = Tronco di cono dato, \overline{ab} = asse maggiore; \overline{cd} = asse minore; \overline{EF} = altezza del tronco di cono.

Dividere i contorni delle due basi in un numero qualunque di parti uguali 1, 2, 3, ... 1", 2", 3", ... e siano 1', 2', 3', ... 1'', 2'', 3'', ... le loro proiezioni sulle \overline{CD} e \overline{AB} . Tracciare le perpendicolari alla \overline{AC} passanti per i punti 1'', 2'', 3'', ... della base maggiore e 1', 2', 3', ... della base minore e riportare le distanze $\overline{a1''}$, $\overline{1''2''}$, $\overline{2''3''}$, ... $\overline{C1}$, $\overline{1-2}$, $\overline{2-3}$, ... sulle rispettive rette parallele, i cui punti ottenuti delimitano la sagoma di taglio della metà dello sviluppo. Eseguire lo stesso procedimento di tracciatura se la base minore avesse un diametro uguale all'asse \overline{cd} della base maggiore.

SVILUPPO DELLA SUPERFICIE LATERALE DI UN TRONCO DI CONO RETTO CON BASI OVALIZZATE

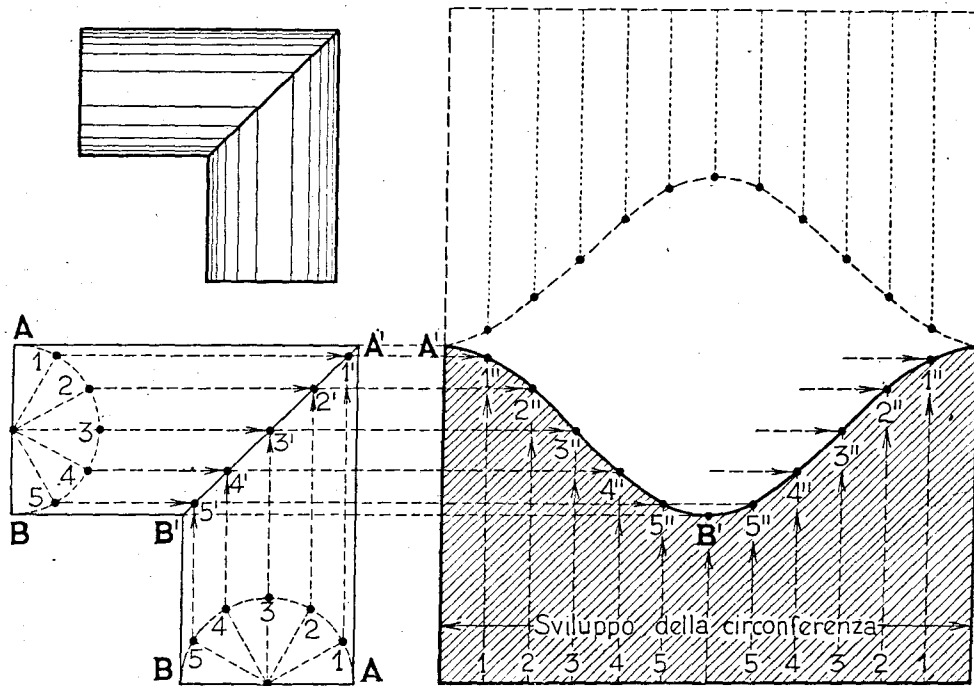
Dal vertice V del cono figurato completo tracciare gli archi di cerchio che delimitano le altezze reali sui raggi R' delle generatrici G e delle altezze H' , in relazione agli sviluppi delle semicirconferenze a e dei lati b di base.



Dividere $a/2$ (metà della semicirconferenza di base) in un numero qualsiasi di parti uguali. Centrare in V' e tracciare gli archi di cerchio 1'1'', 2'2'', ecc.; innalzare le perpendicolari 1'1'', 2'2'', ecc. Centrare in V , tracciare gli archi di cerchio $V1''$, $V2''$, ecc., intersecando nei punti 1'', 2'', ecc. con lo sviluppo delle divisioni di $a/2$.

SVILUPPO DI DUE CILINDRI UNITI INSIEME A 90°

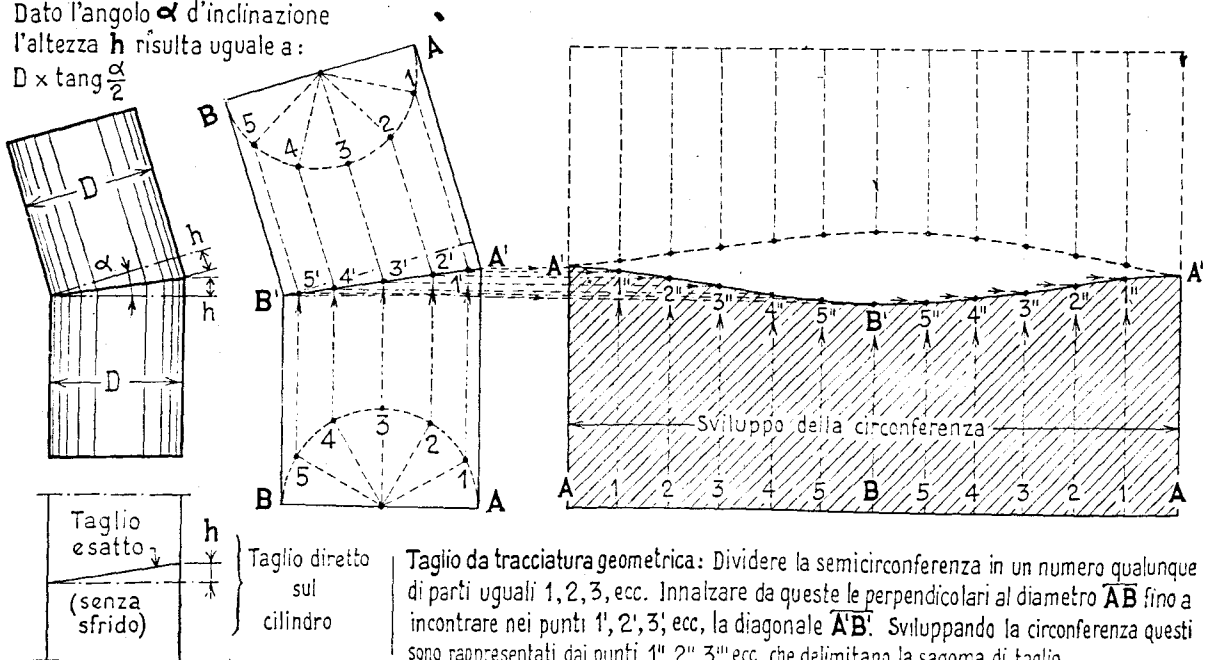
88



Dividere la semicirconferenza in un numero qualunque di parti uguali 1, 2, 3, ecc., innalzare da queste le perpendicolari al diametro \overline{AB} fino ad incontrare nei punti 1', 2', 3', ecc. la diagonale $\overline{A'B'}$. Sviluppando la circonferenza questi sono rappresentati dai punti 1'', 2'', 3'', ecc. che delimitano la sagoma di taglio.

SVILUPPO DI DUE CILINDRI UNITI INSIEME CON BASI PIANE OBLIQUE

Dato l'angolo α d'inclinazione l'altezza h risulta uguale a:
 $D \times \tan \frac{\alpha}{2}$



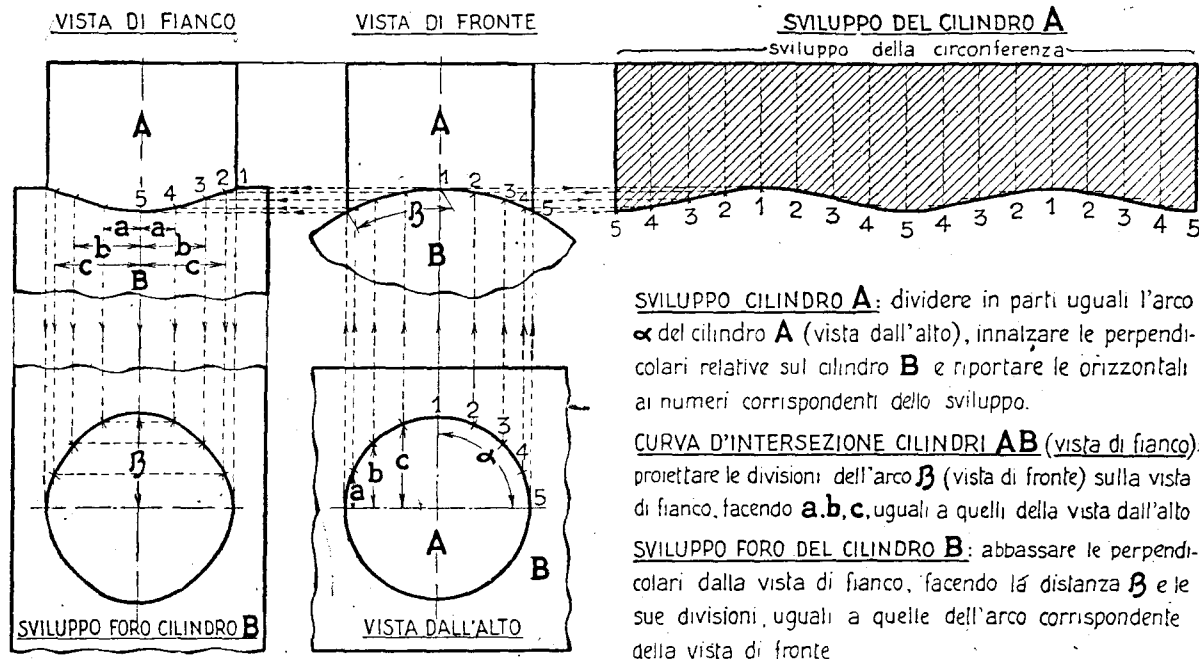
Taglio da tracciatura geometrica: Dividere la semicirconferenza in un numero qualunque di parti uguali 1, 2, 3, ecc. Innalzare da queste le perpendicolari al diametro \overline{AB} fino a incontrare nei punti 1', 2', 3', ecc. la diagonale $\overline{A'B'}$. Sviluppando la circonferenza questi sono rappresentati dai punti 1'', 2'', 3'', ecc. che delimitano la sagoma di taglio

89

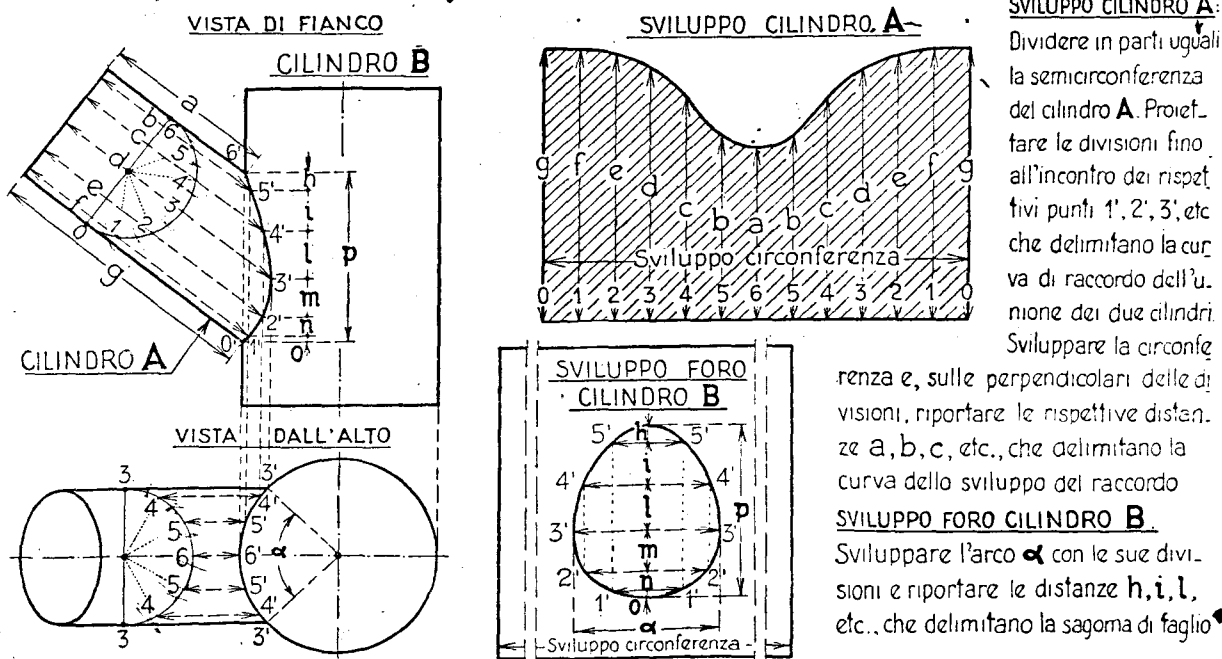
SVILUPPO DI DUE CILINDRI UNITI ASSIEME

CON ASSI INCIDENTI
A 90°

70

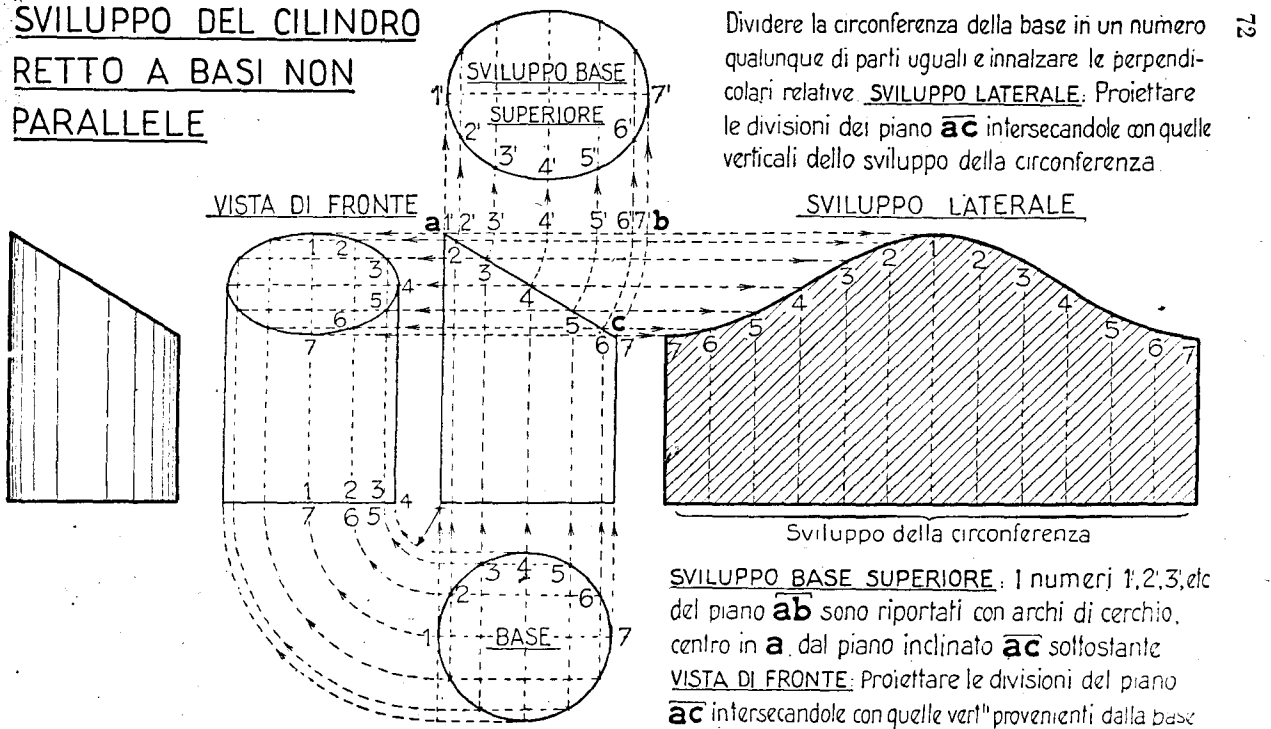


SVILUPPO DI DUE CILINDRI UNITI ASSIEME CON ASSI INCIDENTI MA NON A 90°



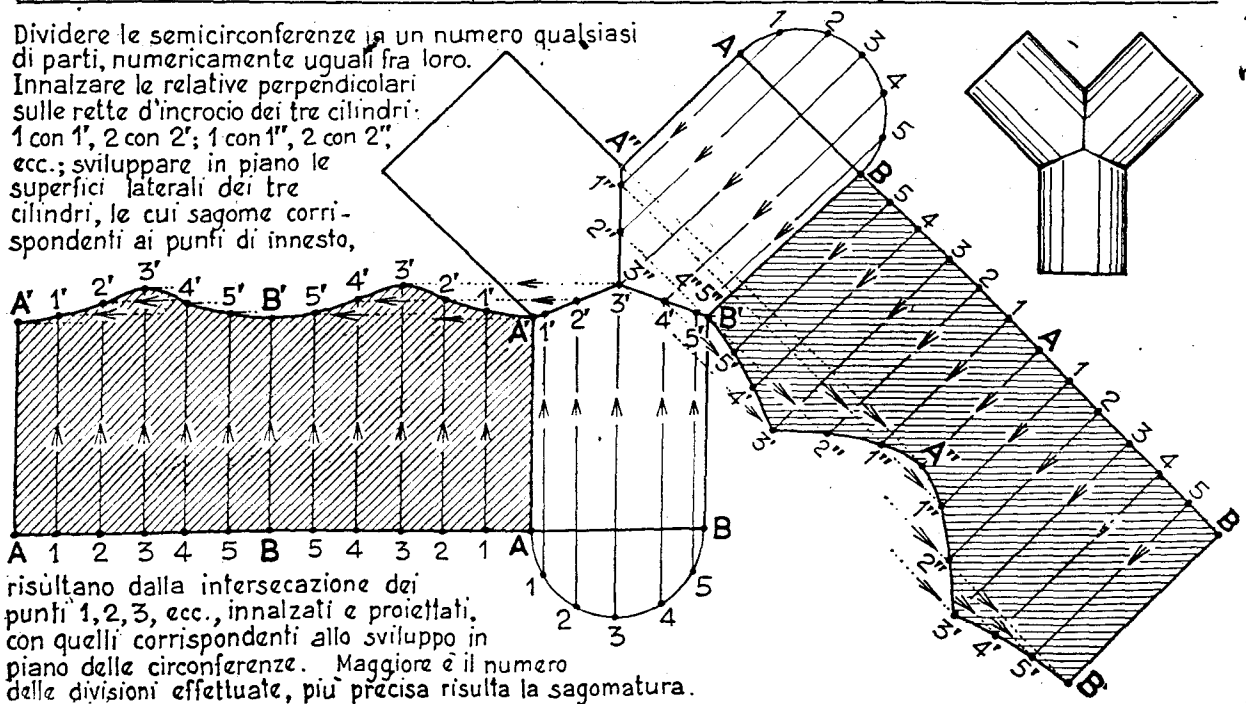
71

SVILUPPO DEL CILINDRO RETTO A BASI NON PARALLELE



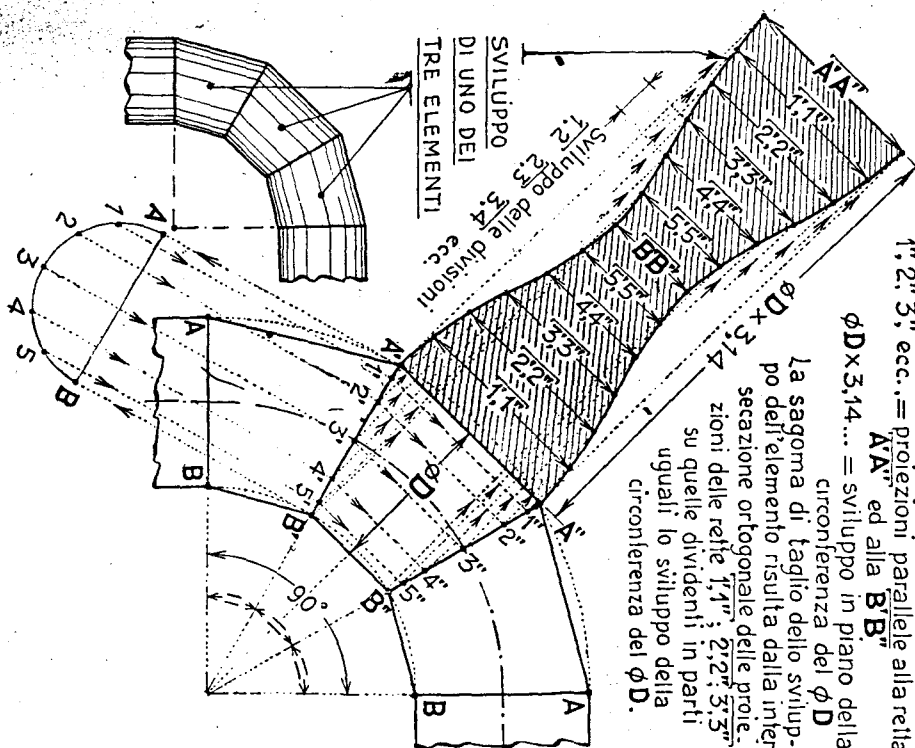
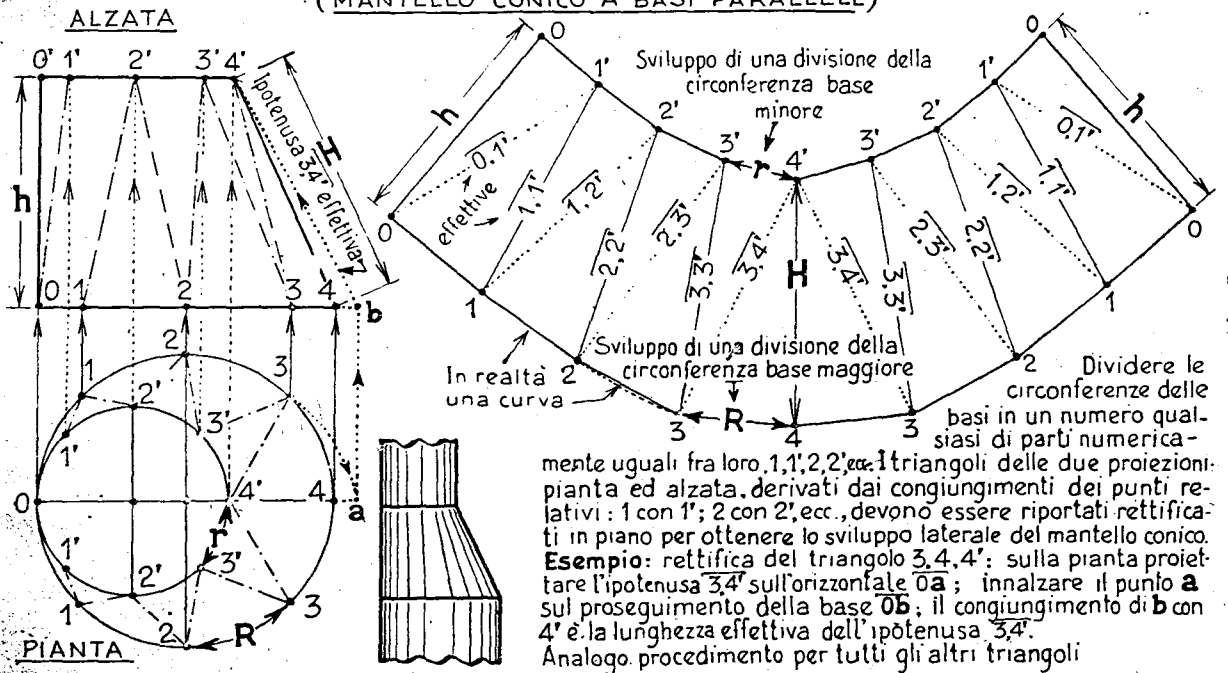
SVILUPPO DI INNESTO SIMMETRICO DI TRE TUBI CILINDRICI DI UGUAL DIAMETRO

Dividere le semicirconferenze in un numero qualsiasi di parti, numericamente uguali fra loro. Innalzare le relative perpendicolari sulle rette d'incrocio dei tre cilindri: 1 con 1', 2 con 2', 1 con 1'', 2 con 2', ecc.; sviluppare in piano le superfici laterali dei tre cilindri, le cui sagome corrispondenti ai punti di innesto,



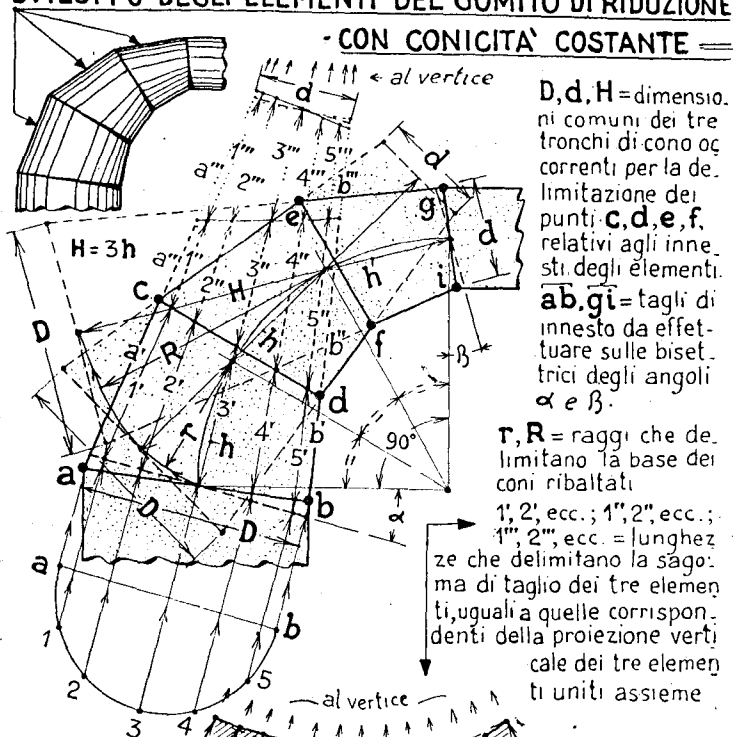
SVILUPPO DEL RACCORDO FRA DUE TUBI DI DIFFERENTE DIAMETRO = 74

(MANTELLO CONICO A BASI PARALLELE)

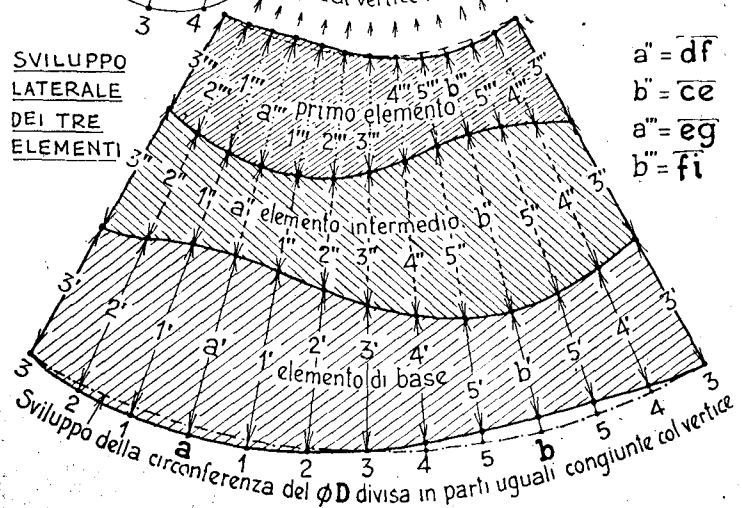


SVILUPPO DI ELEMENTI CON DIAMETRO COSTANTE, PER GOMITI A 90°

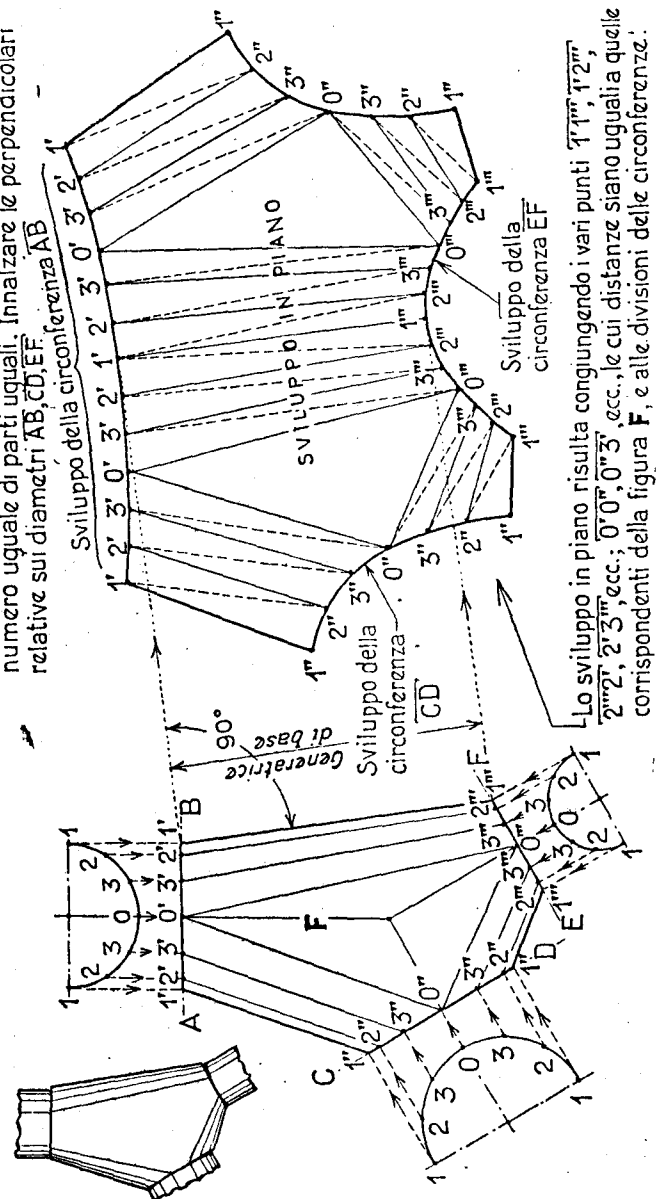
SVILUPPO DEGLI ELEMENTI DEL GOMITO DI RIDUZIONE - CON CONICITA' COSTANTE -



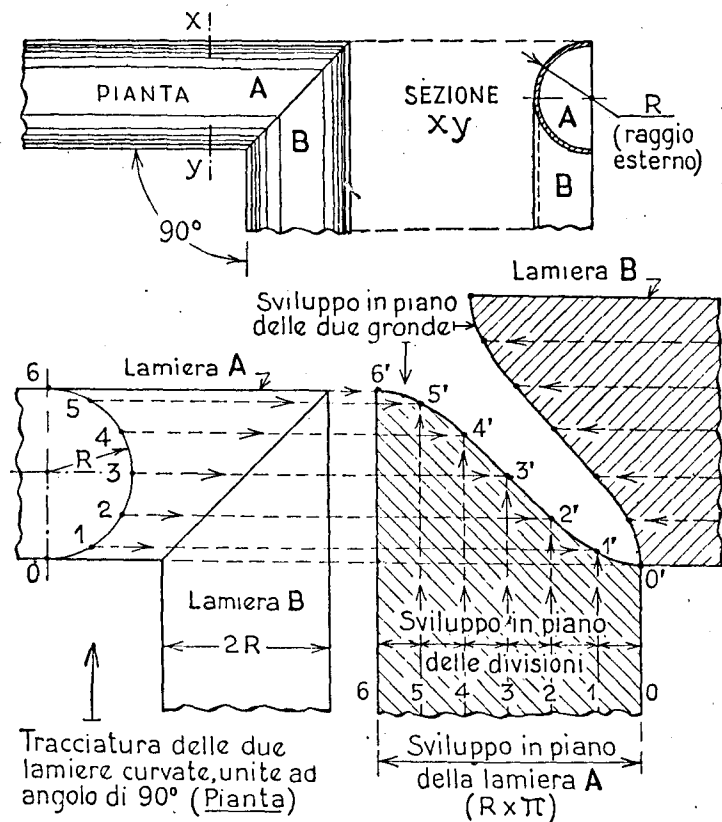
SVILUPPO
LATERALE
DEI TRE
ELEMENTI



SVILUPPO APPROSSIMATIVO DI UN COLLETTORE DI TRE TUBI AVENTI DIAMETRI DIFFERENTI SCOMPOSIZIONE IN TRIANGOLI APPROSSIMATI - Dividere le circonferenze dei tre diametri AB, CD, EF, in un numero uguale di parti uguali. Innalzare le perpendicolari relative sui diametri AB, CD, EF.

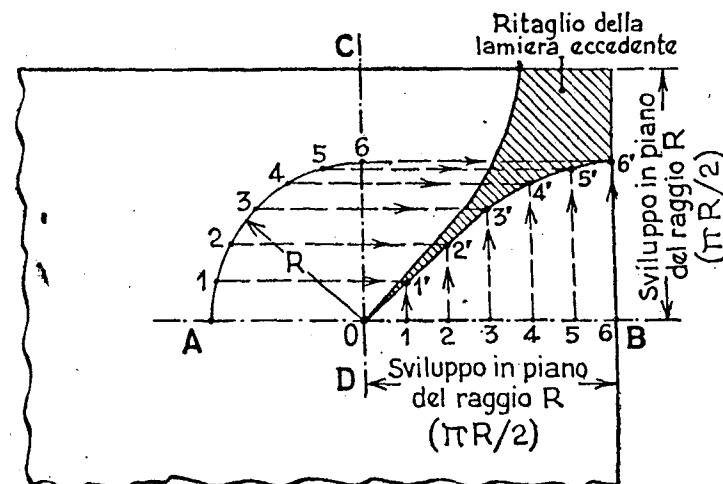
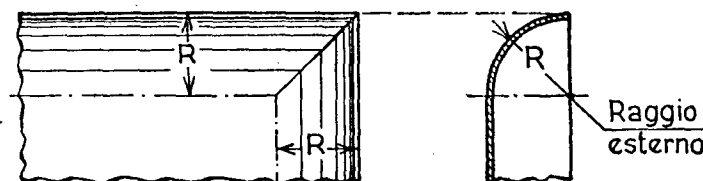


SVILUPPO DI DUE GRONDE A SEZIONE CIRCOLARE UNITE FRA LORO AD ANGOLO DI 90°



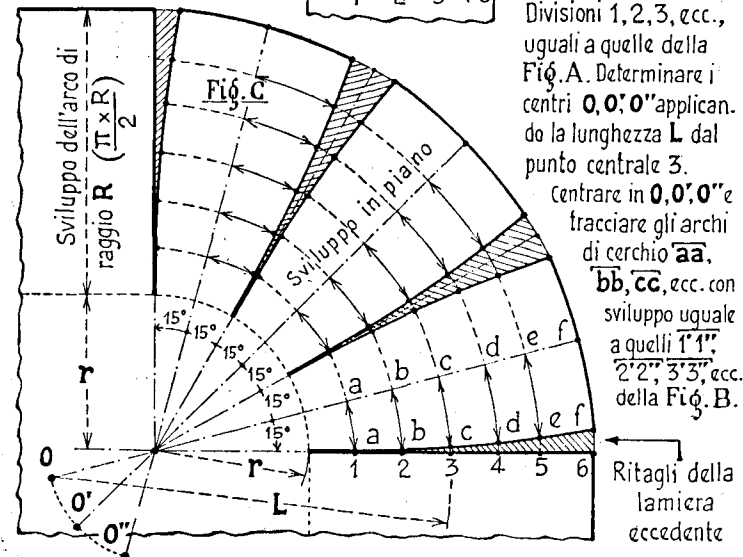
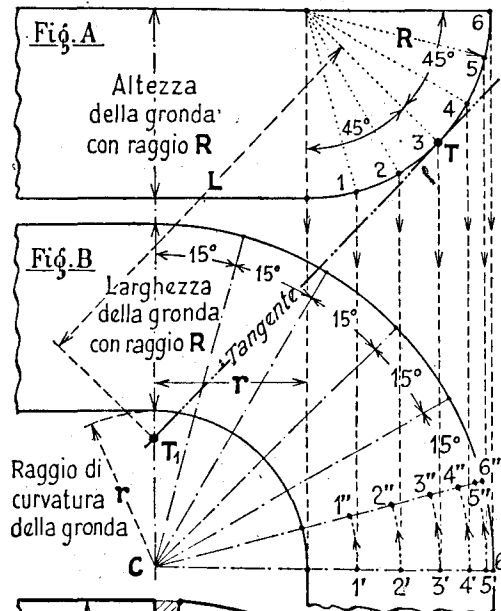
Dividere la semicirconferenza 06 in un numero qualsiasi di parti uguali. Proiettare i punti delle divisioni 1, 2, 3, ecc., fino all'incontro dei rispettivi punti 1, 2, 3, ecc., provenienti dalle divisioni sviluppate in piano. Le intersezioni 1', 2', 3', ecc., delimitano la sagoma di taglio della lamiera A. Perfettamente uguale quella B.

SVILUPPO DI CORNICE DI GRONDA CON PROFILO A SEZIONE CIRCOLARE

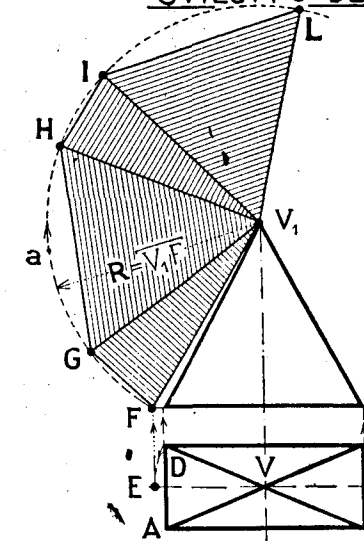


Tracciare le linee \overline{AB} e \overline{CD} parallele ai bordi della lamiera e distanti quanto risulta dallo sviluppo del raggio R. Centrare in O e tracciare un arco di cerchio di raggio R e dividerlo in un numero qualsiasi di parti uguali. Proiettare i punti delle divisioni 1, 2, 3, ecc., fino all'incontro dei rispettivi punti 1, 2, 3, ecc., provenienti dalle divisioni sviluppate in piano. Le intersezioni 1', 2', 3', ecc., delimitano una sagoma di taglio. Perfettamente uguale l'altra sagoma di taglio.

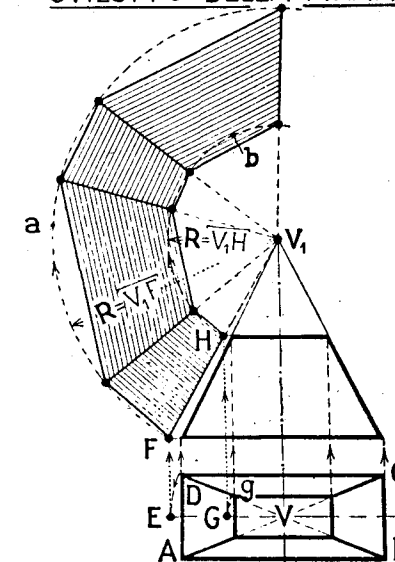
SVILUPPO APPROSSIMATIVO DI CORNICE DI GRONDA— CON PROFILO E CURVATURA DI UN QUARTO DI CERCHIO



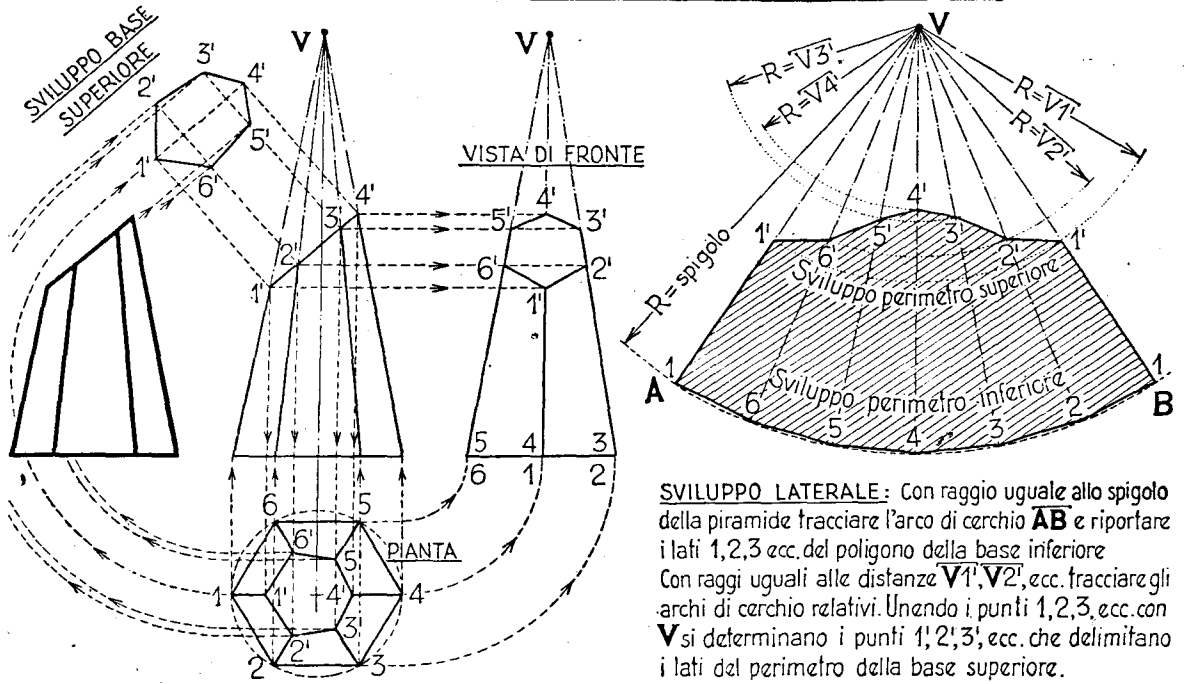
SVILUPPO DELLA PIRAMIDE



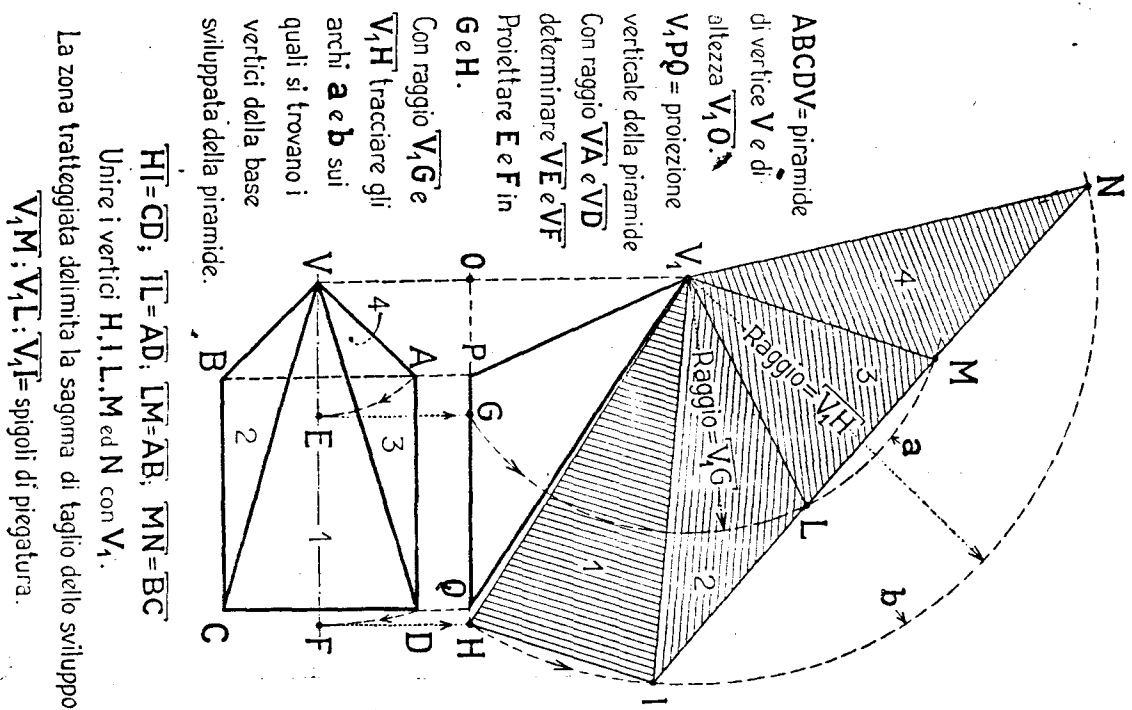
SVILUPPO DELLA PIRAMIDE A BASI PARALLELE



SVILUPPO TRONCO DI PIRAMIDE A BASI NON PARALLELE



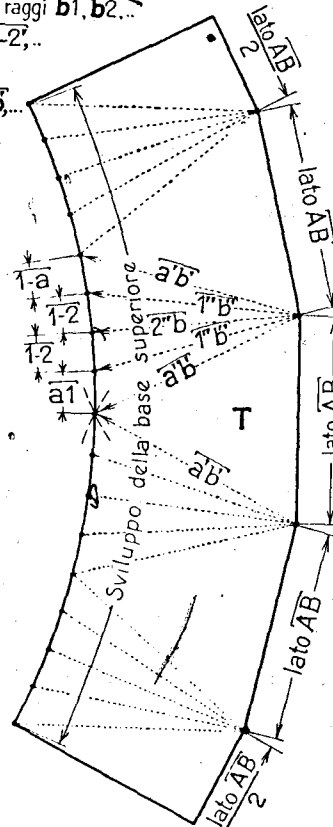
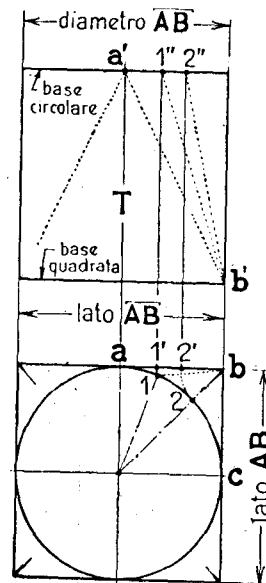
SVILUPPO LATERALE DELLA PIRAMIDE OBLIQUA



SVILUPPO APPROSSIMATO DI UN SOLIDO CON BASE INFERIORE QUADRATA E SUPERIORE CIRCOLARE

(CIRCOLO DELLA BASE SUPERIORE TANGENTE AL QUADRATO DELLA BASE INFERIORE)

Dividere in un numero di parti uguali 1, 2, ... l'ottavo di circonferenza \widehat{ac} . Centrare in b con raggi $b1, b2, \dots$ e descrivere gli archi di cerchio $1-1', 2-2', \dots$ Siano $a', 1'', 2'', \dots$ le loro proiezioni sul diametro \overline{AB} e le congiungenti $\overline{a'b}, \overline{1'b}, \dots$ le reali lunghezze delle sezioni $\overline{ab}, \overline{1b}, \dots$

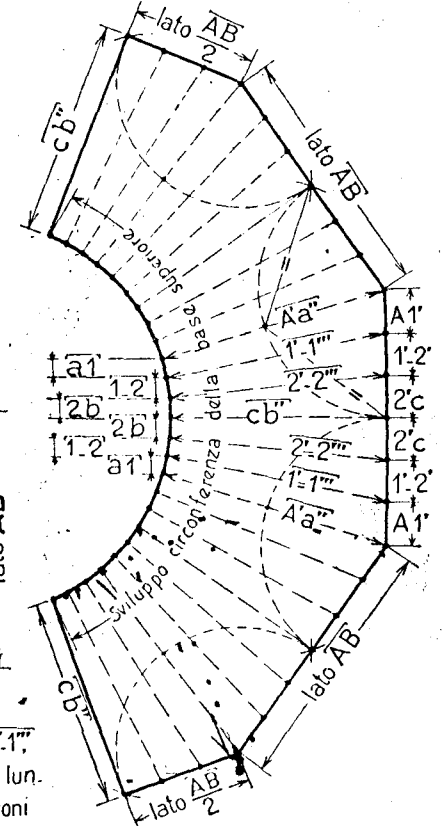
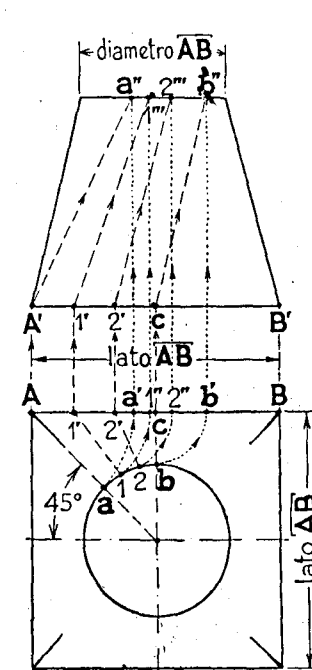


SVILUPPO: Tracciare il triangolo centrale T . I punti ottenuti dalla intersecazione della lunghezza $\overline{1''b}$ con quella sviluppata $\overline{a1}$, e successivamente della $\overline{1''b}$ con $\overline{1-2}$, ecc., delimitano lo sviluppo dell'ottavo di cerchio. Ripetere la tracciatura per le altre sette parti per ottenere la sagoma di taglio dello sviluppo della base superiore

SVILUPPO APPROSSIMATO DI UN SOLIDO CON BASE INFERIORE QUADRATA E SUPERIORE CIRCOLARE

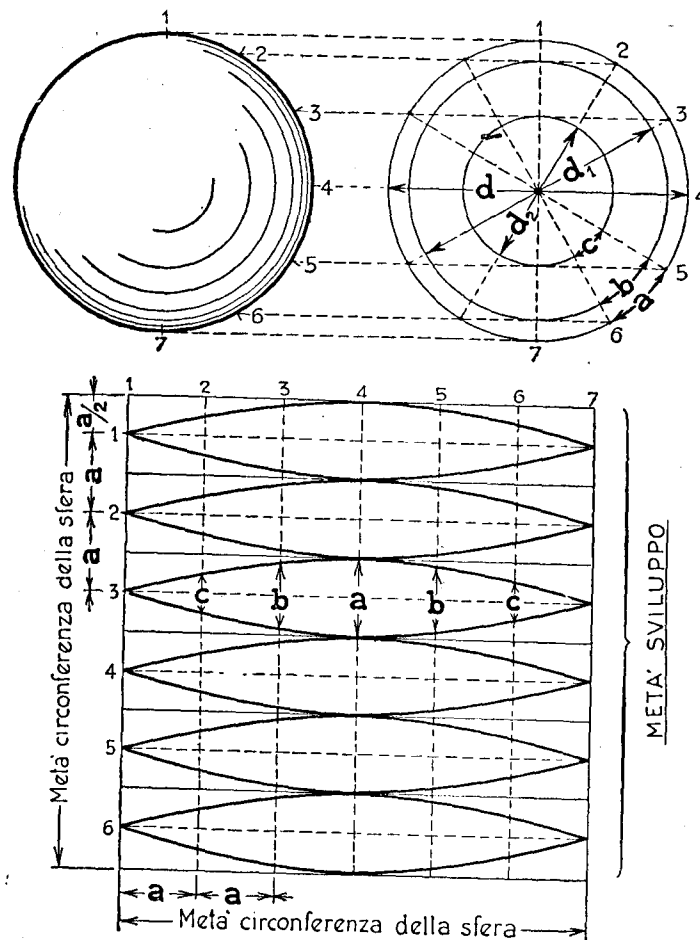
(CIRCOLO DELLA BASE SUPERIORE MINORE DEL LATO DEL QUADRATO)

Dividere in un numero qualunque di parti uguali 1, 2, ... l'ottavo di circonferenza \widehat{ab} e la metà \widehat{Ac} del lato \overline{AB} . Descrivere gli archi di cerchio $\widehat{aa'}, \widehat{1-1'}, \widehat{2-2'}, \dots, \widehat{bb'}$ centrando successivamente in $A, 1', 2', \dots, c$. Siano $a', 1'', 2'', \dots, b''$ le loro proiezioni sul diametro \overline{AB} ; le congiungenti $\overline{Aa'}, \overline{1'1''}, \overline{2'2''}, \dots, \overline{cb''}$ sono le reali lunghezze delle generatrici $\overline{Aa}, \overline{1'1}, \overline{2'2}, \dots, \overline{cb}$.



SVILUPPO: Le lunghezze $\overline{Aa'}, \overline{1'1''}, \overline{2'2''}, \dots, \overline{cb''}$ intersecate con le lunghezze sviluppate delle divisioni dell'ottavo della circonferenza della base superiore e con quelle della metà del lato \overline{AB} delimitano la sagoma di taglio dello sviluppo.

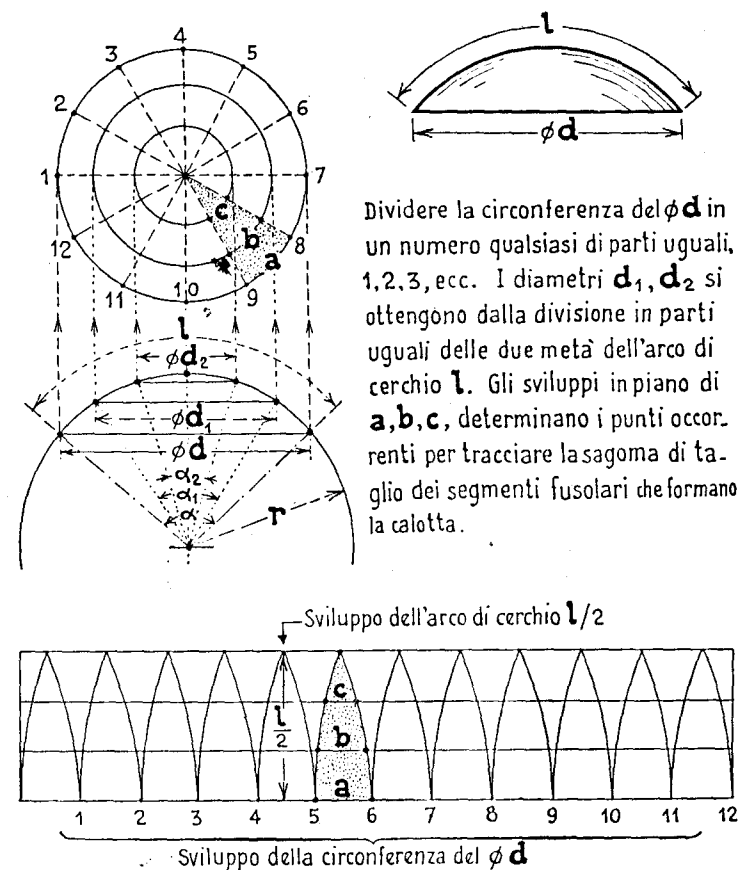
SVILUPPO DELLA SFERA



Dividere la circonferenza della sfera in un numero n qualunque di parti uguali e calcolare per maggior precisione gli archi a, b, c ...

$$a = \frac{d \times \pi}{n}; \quad b = \frac{d_1 \times \pi}{n}; \quad c = \frac{d_2 \times \pi}{n}$$

SVILUPPO DI UNA CALOTTA SFERICA MEDIANTE SEGMENTI FUSOLARI



Dividere la circonferenza del ϕd in un numero qualsiasi di parti uguali, 1, 2, 3, ecc. I diametri d_1, d_2 si ottengono dalla divisione in parti uguali delle due metà dell'arco di cerchio l . Gli sviluppi in piano di a, b, c , determinano i punti occorrenti per tracciare la sagoma di taglio dei segmenti fusolari che formano la calotta.

Per maggiore precisione di tracciatura calcolare le seguenti dimensioni:

$$a = \frac{\phi d \times \pi}{n}; \quad b = \frac{\phi d_1 \times \pi}{n}; \quad c = \frac{\phi d_2 \times \pi}{n}; \quad l = \frac{\pi \times r \times \alpha}{180}$$

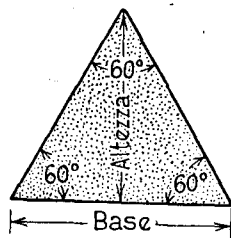
(n = numero delle divisioni della circonferenza del ϕd)

$$\phi d = 2r \times \sin \frac{\alpha}{2}; \quad \phi d_1 = 2r \times \sin \frac{\alpha_1}{2}; \quad \phi d_2 = 2r \times \sin \frac{\alpha_2}{2}$$

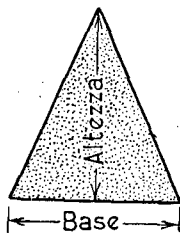
TRIANGOLI

OGNI FIGURA PIANA LIMITATA DA 3 LINEE RETTE
(la somma dei 3 angoli vale sempre 180°)

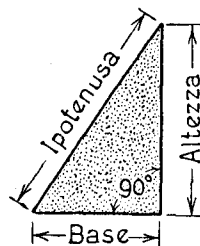
EQUILATERO
(tre lati di uguale lunghezza)



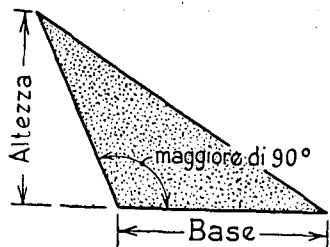
ISOSCELE
(due lati di uguale lunghezza)



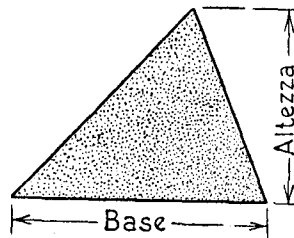
RETTANGOLO
(un angolo a 90°)



OTTUSANGOLO
(un angolo maggiore di 90°)



ACUTANGOLO
(tre angoli minori di 90°)



$$\frac{FG}{OF} = \text{seno di } \alpha$$

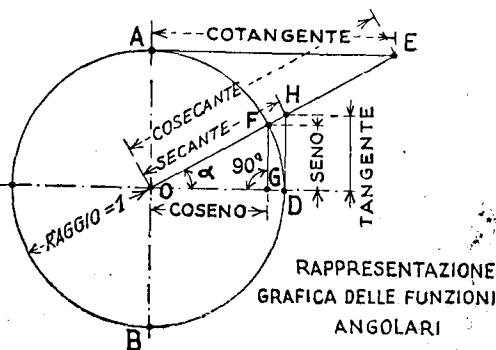
$$\frac{OG}{OF} = \text{coseno di } \alpha$$

$$\frac{HD}{OF} = \text{tangente di } \alpha$$

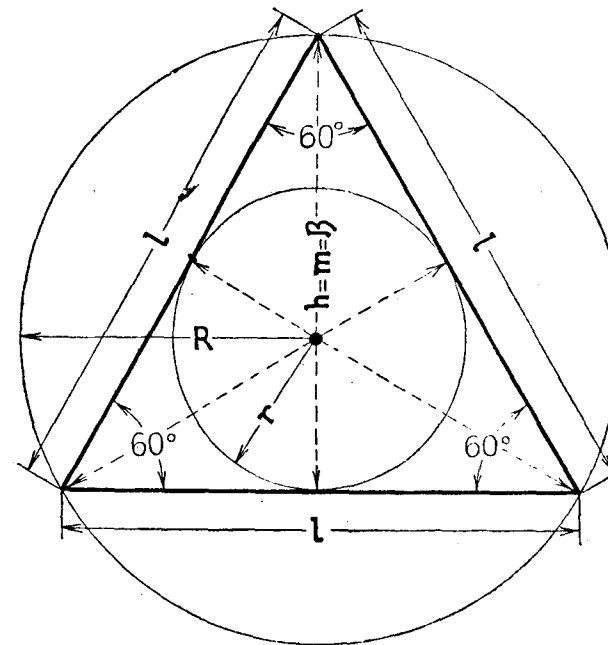
$$\frac{AE}{OF} = \text{cotangente di } \alpha$$

$$\frac{OH}{OF} = \text{secante di } \alpha$$

$$\frac{OE}{OF} = \text{cosecante di } \alpha$$



TRIANGOLO EQUILATERO



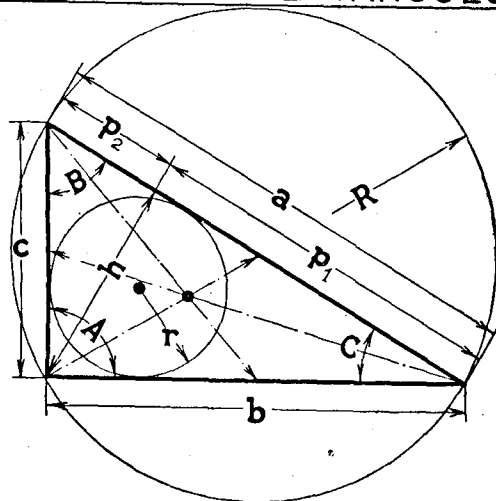
l = lato ; h = altezza ; m = mediana ; β = bisettrice ; R = raggio del cerchio circoscritto ; r = raggio del cerchio inscritto ; s = area ; Centro di gravità = punto d'incontro delle tre $h = m = \beta$ = centro dei due raggi R, r

$$h = m = \beta = \frac{l}{2} \times 1,7321 ; \quad l = R \times 1,7321 = 2r \times 1,7321$$

$$R = \frac{2}{3} \times h = \frac{l}{3} \times 1,7321 = 2r ; \quad r = \frac{l}{6} \times 1,7321 = \frac{h}{3} = \frac{R}{2}$$

$$s = \frac{l \times h}{2} = \frac{l^2}{4} \times 1,7321 = \frac{h^2}{3} \times 1,7321 = \frac{3}{4} \times R^2 \times 1,7321 = 3r^2 \times 1,7321$$

TRIANGOLO RETTANGOLO



a = ipotenusa; b, c = cateti; p_1, p_2 = proiezione di b su a e di c su a ; h = altezza relativa ad a ; R = raggio del cerchio circoscritto; r = raggio del cerchio inscritto; s = area; Centro di gravità = punto d'incontro delle tre mediane.

$$a \cdot \sqrt{b^2 + c^2} = \frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\cos C} = \frac{c}{\sin C} = \frac{c}{\cos B}; a^2 = b^2 + c^2; b = \sqrt{a^2 - c^2} =$$

$$= a \times \sin B = a \times \cos C = c \times \tan B = c \times \cot C; b^2 = a \times p_1; c = \sqrt{a^2 - b^2} =$$

$$= a \times \sin C = a \times \cos B = b \times \tan C = b \times \cot B; c^2 = a \times p_2; p = \frac{b^2}{a} =$$

$$= a - p_2; p_2 = \frac{c^2}{a} = a - p_1; \frac{b^2}{c^2} = \frac{p_1}{p_2}; h = \sqrt{p_1 \times p_2}; h^2 = p_1 \times p_2$$

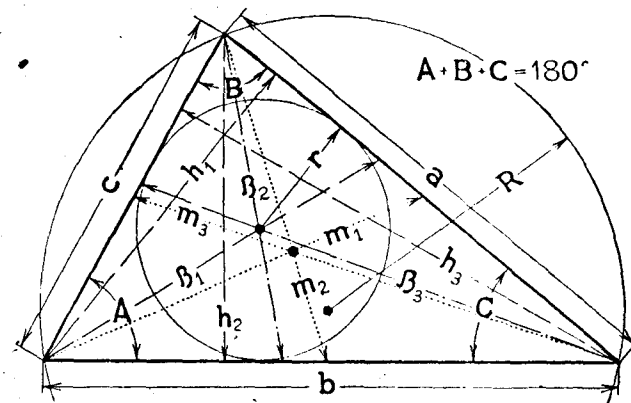
$$R = \frac{a \times b \times c}{4s}; r = \frac{s}{(a+b+c)/2}; s = \frac{b \times c}{2} = \frac{a \times b \times c}{4R} = \frac{a+b+c}{2} \times r =$$

$$= \frac{a \times h}{2} = \frac{1}{2} \times c \times \sqrt{a^2 - c^2} = \frac{1}{2} \times a^2 \times \sin C \times \cos C = \frac{c^2}{2} \times \cot C = \frac{c \times b}{2} =$$

$$= \frac{b^2}{2} \times \tan C; \sin B = \frac{b}{a}; \sin C = \frac{c}{a}; \tan B = \frac{b}{c}; \tan C = \frac{c}{b}$$

$$B = 90^\circ - C; C = 90^\circ - B$$

TRIANGOLO QUALUNQUE



a, b, c = lati; h_1, h_2, h_3 = altezze; $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ = bisettrici; R = raggio del cerchio circoscritto; r = raggio del cerchio inscritto; p = semiperimetro; m_1, m_2, m_3 = mediane; s = area; Centro di gravità = punto d'incontro delle tre mediane.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R; a = (b \times \cos C) + (c \times \cos B) = \frac{2}{3} \times \sqrt{2 \times (m_2^2 + m_3^2) - m_1^2}$$

$$b = (c \times \cos A) + (a \times \cos C) = \frac{a \times \sin B}{\sin A} = \frac{2}{3} \times \sqrt{2 \times (m_3^2 + m_1^2) - m_2^2}$$

$$c = (a \times \cos B) + (b \times \cos A) = \frac{a \times \sin C}{\sin A} = \frac{b \times \sin C}{\sin B} = \frac{2}{3} \times \sqrt{2 \times (m_1^2 + m_2^2) - m_3^2}$$

$$h_1 = \frac{2}{3} \times \sqrt{p \times (p-a) \times (p-b) \times (p-c)} = \frac{2s}{a}; h_2 = \frac{2}{3} \times \sqrt{p \times (p-a) \times (p-b) \times (p-c)} = \frac{2s}{b}; h_3 = \frac{2}{3} \times \sqrt{p \times (p-a) \times (p-b) \times (p-c)} = \frac{2s}{c}$$

$$\beta_1 = \frac{2}{b \times c} \times \sqrt{b \times c \times p \times (p-a)}$$

$$\beta_2 = \frac{2}{c \times a} \times \sqrt{c \times a \times p \times (p-b)}; \beta_3 = \frac{2}{a \times b} \times \sqrt{a \times b \times p \times (p-c)}; R = \frac{a \times b \times c}{4s} =$$

$$= \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}; r = \frac{s}{p} = (p-a) \times \tan \frac{A}{2} = (p-b) \times \tan \frac{B}{2} = (p-c) \times$$

$$\tan \frac{C}{2}; m_1 = \frac{1}{2} \times \sqrt{2 \times (b^2 + c^2) - a^2}; m_2 = \frac{1}{2} \times \sqrt{2 \times (a^2 + c^2) - b^2}; m_3 = \frac{1}{2} \times$$

$$\sqrt{2 \times (a^2 + b^2) - c^2}; s = \frac{a \times h_1}{2} = \frac{b \times h_2}{2} = \frac{c \times h_3}{2} = \frac{a \times b \times c}{4R} = \frac{a \times b}{2} \times \sin C =$$

$$= p \times r = \frac{a^2 \times \sin B \times \sin C}{2 \sin A} = p^2 \times \tan \frac{A}{2} \times \tan \frac{B}{2} \times \tan \frac{C}{2} = 2R^2 \times \sin A \times$$

$$\sin B \times \sin C = r^2 \times \cot \frac{A}{2} \times \cot \frac{B}{2} \times \cot \frac{C}{2} = \frac{a \times b \times c \times \cos \frac{A}{2} \times \cos \frac{B}{2} \times \cos \frac{C}{2}}{p}$$

$$\times \cos \frac{C}{2} = \sqrt{p \times (p-a) \times (p-b) \times (p-c)} = \frac{1}{2} \times \sqrt{a \times b \times c \times h_1 \times h_2 \times h_3}$$

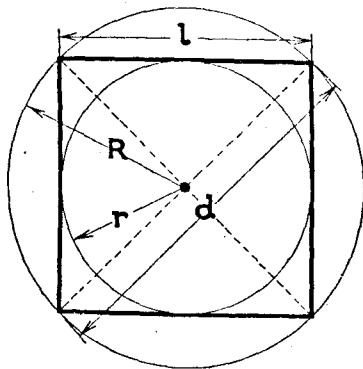
QUADRATO

E ALCUNE RELAZIONI COL CIRCOLO

Diametro circolo
equivalente al
quadrato = $l \times 1,128$

Circonferenza cir-
colo equivalente al
quadrato = $l \times 3,545$

Circonferenza cir-
colo circoscritto =
 $= l \times 4,443$



Area circolo
circoscritto =
 $= l^2 / 0,6366$

Circonferenza
circolo inscritto =
 $= l \times 3,1416$

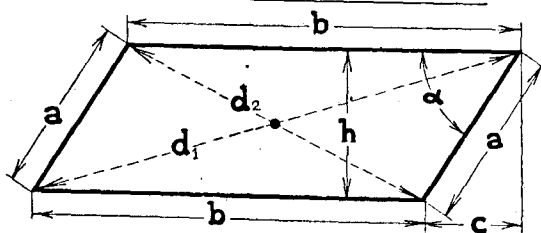
Area circolo
inscritto =
 $= l^2 / 1,2732$

l = lato; d = diagonale; R = raggio del cerchio circoscritto; r = raggio del cerchio inscritto o apotema; s = area; **Centro di gravità** = punto d'incontro delle due diagonali.

$$l = d \times 0,7071 = 2r; d = l \times 1,4142 = 2R; R = \frac{d}{2} = \frac{l}{2} \times 1,4142; r = \frac{l}{2}$$

$$s = l^2 = \frac{d^2}{2} = 2R^2 = 4r^2$$

PARALLELOGRAMMO



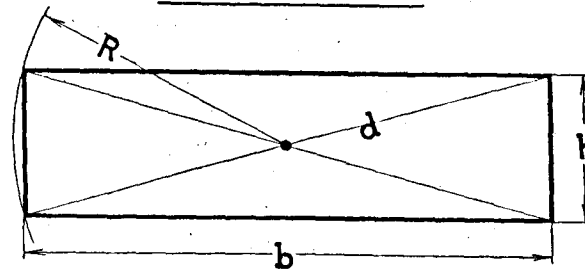
a, b = lati; h = altezza; d_1, d_2 = diagonali; p = perimetro; s = area;
Centro di gravità = punto d'incontro delle due diagonali

$$a = \sqrt{h^2 + c^2} = \frac{h}{\sin \alpha}; h = \sqrt{a^2 - c^2} = a \times \sin \alpha; c = \sqrt{a^2 - h^2}$$

$$= a \times \cos \alpha; p = 2b + 2a; s = b \times h = a \times b \times \sin \alpha;$$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$

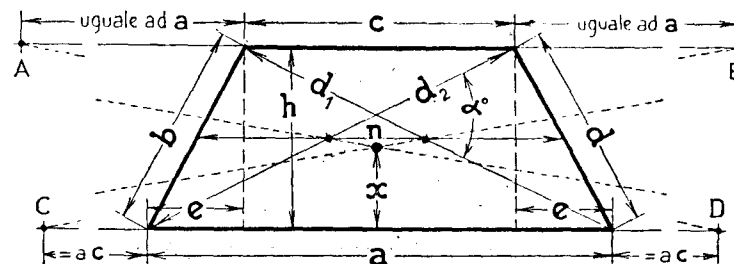
RETTANGOLO



h, b = lati; d = diagonali; R = raggio del cerchio circoscritto; s = area
Centro di gravità = punto d'incontro delle due diagonali.

$$b = \sqrt{d^2 - h^2} = \sqrt{2R^2 - h^2}; h = \sqrt{d^2 - b^2} = \sqrt{2R^2 - b^2}; d = \sqrt{b^2 + h^2}; R = \frac{d}{2}; s = b \times h$$

TRAPEZIO



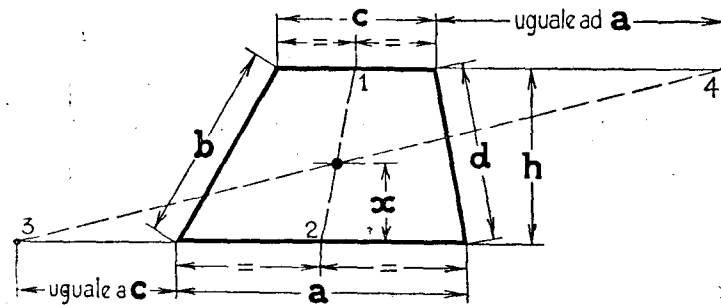
a, c = basi; b, d = lati concorrenti; h = altezza; n = congiungente i punti medi delle diagonali; p = perimetro; s = area; x = distanza del **centro di gravità** dalla base a

$$p = a + c + 2\sqrt{h^2 + e^2}; b, d = \sqrt{h^2 + e^2}; s = \frac{a+c}{2} \times h = n \times h =$$

$$= \frac{a+c}{a-c} \times \sqrt{\left(\frac{p}{2}-a\right) \times \left(\frac{p}{2}-c\right) \times \left(\frac{p}{2}-c-b\right) \times \left(\frac{p}{2}-c-d\right)} = \frac{d_1 \times d_2 \times \sin \alpha}{2}$$

$x = \frac{a+2c}{a+c} \times \frac{h}{3}$ **Centro di gravità grafico**: Punto d'incontro delle due diagonali risultanti dal trapezio ABCD.

TRAPEZIO QUALUNQUE

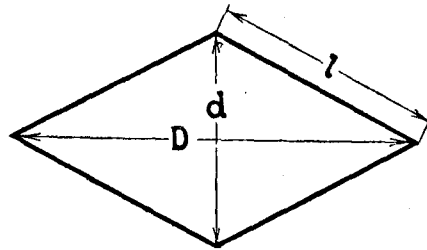


a, c = lati paralleli; **b, d** = lati non paralleli; **h** = altezza; **p** = perimetro;
s = area; **x** = distanza del centro di gravità dalla base **a**; 1-2, 3-4 = diagonali

$$s = \frac{a+c}{2} \times h = \frac{a+c}{a-c} \times \sqrt{\left(\frac{p}{2}-a\right) \times \left(\frac{p}{2}-c\right) \times \left(\frac{p}{2}-b\right) \times \left(\frac{p}{2}-d\right)}$$

$$h = \frac{2s}{a+c}; x = \frac{a+2c}{a+c} \times \frac{h}{3}; \text{Centro di gravità grafico} = \text{Punto d'incontro delle due diagonali } 1-2 \text{ con } 3-4$$

ROMBO



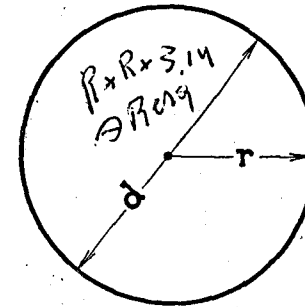
D = diagonale maggiore; **d** = diagonale minore; **l** = lato; **s** = area

$$D = 2 \times \sqrt{l^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}; d = 2 \times \sqrt{l^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2}; l = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$s = \frac{D \times d}{2}; \text{Centro di gravità: Punto d'incontro delle due diagonali}$$

CIRCOLO E SUE PARTI

CIRCOLO



r = raggio; **d** = diametro; **s** = area;

c = circonferenza; $\pi = 3,1415926\dots$

$$s = r^2 \times \pi = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{c}{2} \times r =$$

$$= 0,25 \times c \times d = 0,7854 \times d^2$$

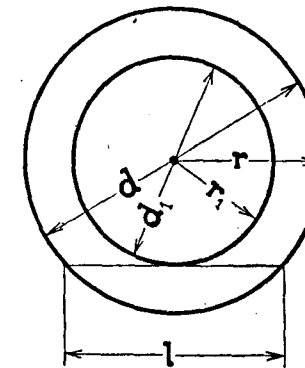
$$c = \pi \times d = 2\pi \times r = 3,545 \times \sqrt{s}$$

$$d = 0,3183 \times c = 1,128 \times \sqrt{s}$$

$$r = 0,1591 \times c$$

Lato del quadrato inscritto = $0,7071 \times d$; lato del triangolo equilatero = $1,7321 \times r$; lato dell'esagono inscritto = r

CORONA CIRCOLARE



r = raggio del circolo maggiore; **r1** =

= raggio del circolo minore; **d** = dia-

metro del circolo maggiore; **d1** =

= diametro del circolo minore; **l** =

= corda del circolo maggiore tangente

al minore; **c, c1** = circonferenze che

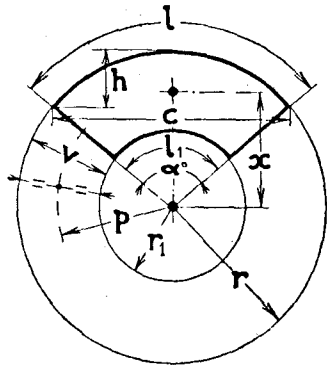
limitano l'anello; **s** = area.

$$s = \pi \times (r^2 - r_1^2) = \pi \times \frac{d^2 - d_1^2}{4}$$

$$= \frac{c + c_1}{2} \times (r - r_1) = \pi \times \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

CIRCOLO E SUE PARTI

SETTORE DI CORONA CIRCOLARE



$$\text{Superficie } S = 0,5 \times (l + l_1) \times (r - r_1) =$$

$$= \frac{\pi \times \alpha^\circ}{360} \times (r^2 - r_1^2) = \frac{\pi \times \alpha^\circ}{180} \times p \times v$$

$$l = \frac{\pi \times r \times \alpha^\circ}{180}; \quad l_1 = \frac{\pi \times r_1 \times \alpha^\circ}{180}$$

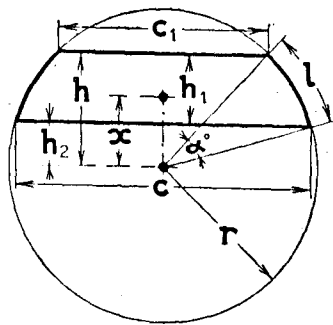
$$p = r_1 + \frac{v}{2}; \quad v = r - r_1; \quad r = \frac{c^2 + h^2}{4h}$$

$$c = 2r \times \sin \frac{\alpha^\circ}{2} = 2 \times \sqrt{h \times (2r - h)}$$

$$\alpha^\circ = \frac{180 \times l}{\pi \times r}; \quad h = r - \sqrt{r^2 - \frac{c^2}{4}}$$

$$\text{Centro di gravità } x = 38,1972 \times \frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2} \times \frac{\sin \frac{\alpha^\circ}{2}}{\alpha^\circ/2}$$

SEGMENTO CIRCOLARE A DUE BASI



$$\text{Superficie } S = r \times l + \frac{(c_1 \times h) - (c_2 \times h_2)}{2}$$

$$= \frac{\pi \times r^2 \times \alpha^\circ}{180} + \frac{(c_1 \times h) - (c_2 \times h_2)}{2}$$

$$l = \frac{\pi \times r \times \alpha^\circ}{180}; \quad \alpha^\circ = \frac{180 \times l}{\pi \times r}$$

$$c = 2 \times \sqrt{r - h_2} \times [2r - (r - h_2)]$$

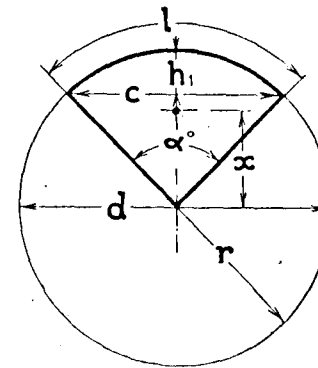
$$c_1 = 2 \times \sqrt{r - h} \times [2r - (r - h)]$$

$$r = \frac{c^2}{4} + \frac{(r - h_2)^2}{2 \times (r - h_2)}$$

$$\text{se } c = 2r \text{ superficie } = r \times l + \frac{c_1 \times h}{2}; \quad \text{Centro di gravità } x = \frac{C^3 - C_1^3}{12S}$$

CIRCOLO E SUE PARTI

SETTORE CIRCOLARE



$$\text{Superficie } S = l \times \frac{r}{2} = l \times \frac{d}{4} =$$

$$= \frac{\pi \times r^2 \times \alpha^\circ}{360} = \frac{\pi \times d^2 \times \alpha^\circ}{1440}$$

$$l = \frac{\pi \times r \times \alpha^\circ}{180} = \frac{\pi \times d \times \alpha^\circ}{360}$$

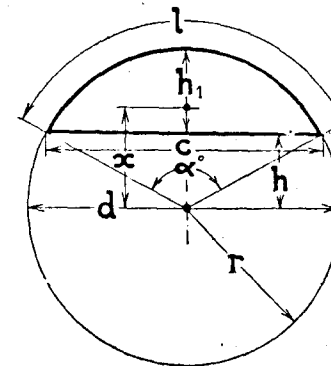
$$c = 2 \times \sqrt{h_1 \times (2r - h_1)} = 2r \times \sin \frac{\alpha^\circ}{2}$$

$$\alpha^\circ = \frac{180 \times l}{\pi \times r} = \frac{360 \times l}{\pi \times d}; \quad r = \frac{c^2 + h_1^2}{4h_1}$$

$$h_1 = r - \sqrt{r^2 - \frac{c^2}{4}}$$

$$\text{Centro di gravità } x = \frac{2r \times c}{3l} = \frac{r^2 \times c}{3S} = 0,375 \times (1 + \cos \frac{\alpha^\circ}{2}) \times r = 0,375 \times (2r - h_1)$$

SEGMENTO CIRCOLARE



$$\text{Superficie } S = \frac{(l \times r) - (c \times h)}{2}$$

$$= \frac{r \times (l - c) + (c \times h)}{2} = \frac{\pi \times r^2 \times \alpha^\circ}{360} - (0,5 \times c \times h)$$

$$l = \frac{\pi \times r \times \alpha^\circ}{180} = \frac{\pi \times d \times \alpha^\circ}{360}$$

$$c = 2 \times \sqrt{h_1 \times (2r - h_1)} = 2r \times \sin \frac{\alpha^\circ}{2}$$

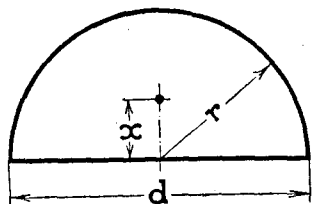
$$\alpha^\circ = \frac{180 \times l}{\pi \times r} = \frac{360 \times l}{\pi \times d}; \quad r = \frac{c^2 + h_1^2}{4h_1}$$

$$h_1 = r - \sqrt{r^2 - \frac{c^2}{4}}$$

$$\text{Centro di gravità } x = \frac{C^3}{12S} = 0,666 \times \frac{r^3 \times \sin^3 \frac{\alpha^\circ}{2}}{S} = 0,75 \times \frac{(2r - h_1)^2}{3r - h_1}$$

CIRCOLO E SUE PARTI

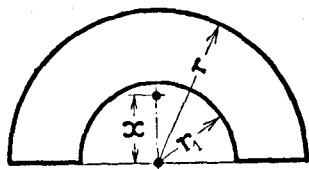
SEMICIRCOLO



$$\text{Superficie } s = d^2 \times 0,3927 = \frac{r^2 \times \pi}{2}; \quad d = \sqrt{\frac{s}{0,3927}}$$

$$\text{Centro di gravità } x = 0,424 \times r$$

SEMI ANELLO CIRCOLARE

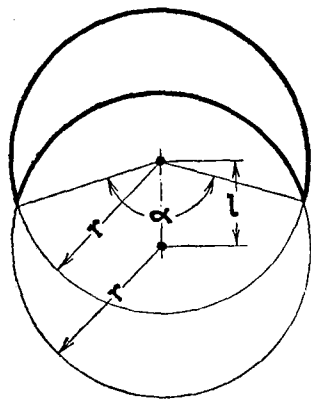


$$\text{Superficie } s = \frac{\pi \times (r^2 - r_1^2)}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{\pi \times r_1^2 + 2s}{\pi}}; \quad r_1 = \sqrt{\frac{\pi \times r^2 - 2s}{\pi}}$$

$$\text{Centro di gravità } x = 0,424 \times \frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2}$$

FALCE CIRCOLARE

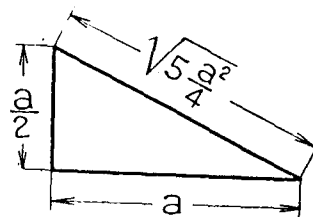


$$\text{Superficie} = r^2 \times n = r^2 \times \left[\pi - \left(\frac{\pi}{180} \times \alpha^\circ \right) + \sin \alpha \right]$$

$$d = 2r; \quad n = \text{numero ausiliario}$$

se l'è uguale a	$\begin{cases} d/10 \\ 2d/10 \\ 3d/10 \\ 4d/10 \\ 5d/10 \\ 6d/10 \\ 7d/10 \\ 8d/10 \\ 9d/10 \end{cases}$	$n \text{ risulta} = \begin{cases} 0,40 \\ 0,79 \\ 1,18 \\ 1,56 \\ 1,91 \\ 2,25 \\ 2,55 \\ 2,81 \\ 3,02 \end{cases}$
-----------------	--	--

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DI π



Il perimetro di un triangolo rettangolo, avente un cateto doppio dell'altro, è:

$$p = \frac{a}{2} + a + \sqrt{5 \times \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} + \frac{2a}{2} + \frac{a}{2} \times \sqrt{5} = \frac{3a}{2} + \frac{a}{2} \times \sqrt{5} = \frac{a}{2} \times (3 + \sqrt{5})$$

ponendo $a=1,2$

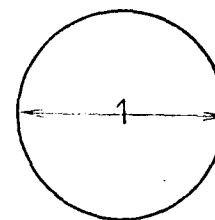
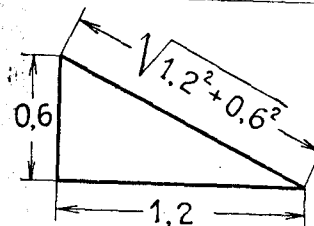
$$p = \frac{1,2}{2} \times (3 + \sqrt{5}) = \frac{1,2}{2} \times (3 + 2,23606619...) =$$

$$= 0,6 \times 5,23606619... = 3,14163971...$$

$$\text{essendo } \pi = 3,14159265...$$

$$\text{differenza} = 0,00004706...$$

UNA CIRCONFERENZA AVENTE DIAMETRO D HA LO STESSO PERIMETRO DI UN TRIANGOLO RETTANGOLO I CUI CATETI SONO RISPETTIVAMENTE $1,2 D$ E $0,6 D$



$$\text{Perimetro} = 0,6 + 1,2 + \sqrt{1,2^2 + 0,6^2} =$$

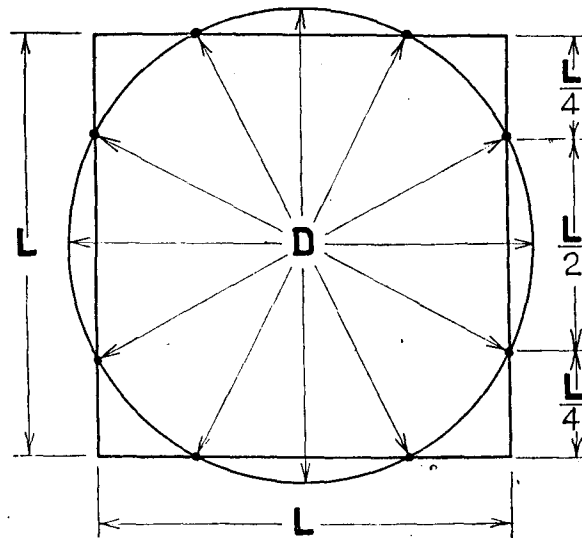
$$= 0,6 + 1,2 + 1,34163... =$$

$$= 3,14163...$$

$$\text{Circonferenza} = 1 \times \pi =$$

$$= 3,14159265...$$

TRACCIATURA GRAFICA DI EQUIVALENZA FRA LA SUPERFICIE DEL QUADRATO E QUELLA DEL CIRCOLO



Superficie del circolo = $\frac{\pi \times D^2}{4} = L^2$ = superficie del quadrato

$$L = \sqrt{\frac{\pi \times D^2}{4}} \quad D = \sqrt{L^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

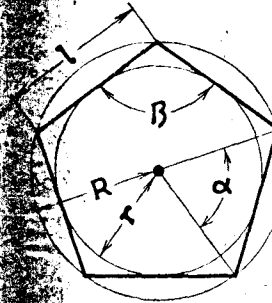
Le suddette espressioni risultano approssimate di circa un centesimo sul valore di D . Infatti, l'errore, rispetto al diametro che risulterebbe facendo uso del π , è di circa il 0,9 per cento in meno:

		$D = \begin{cases} \text{col } \pi: & \sqrt{S \times \frac{4}{\pi}} = 1,128... \\ \text{con la tracciatura suesposta:} & \sqrt{L^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} = 1,118... \end{cases}$
--	--	--

POLIGONI REGOLARI

lalo: r = raggio del cerchio inscritto (apotema); R = raggio del cerchio circoscritto
 α = angolo al centro; β = angolo alla periferia; p = perimetro; n = numero dei lati; S = area.

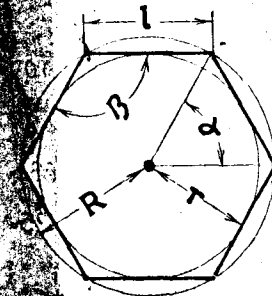
PENTAGONO



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} = 72^\circ; \beta = 180^\circ - \alpha = 108^\circ$$

$$\begin{aligned} p &= l \times n; R = l \times 0,8507 = r \times 1,2361 \\ r &= R \times 0,809 = l \times 0,6882; l = R \times 1,1756 \\ &= r \times 1,4531; S = l^2 \times 1,7205 = R^2 \times 2,3776 \\ &= r^2 \times 3,6327 = \frac{1}{2} p \times r = \frac{l \times r}{2} \times n \end{aligned}$$

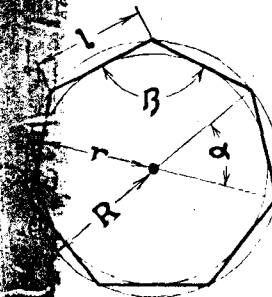
ESAGONO



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} = 60^\circ; \beta = 180^\circ - \alpha = 120^\circ$$

$$\begin{aligned} p &= l \times n; R = l \times 1,0000 = r \times 1,1547 \\ r &= R \times 0,866 = l \times 0,866; l = R \times 1,0000 \\ &= r \times 1,1547; S = l^2 \times 2,5981 = R^2 \times 2,5981 \\ &= r^2 \times 3,4641 = \frac{1}{2} p \times r = \frac{l \times r}{2} \times n \end{aligned}$$

ETTAGONO



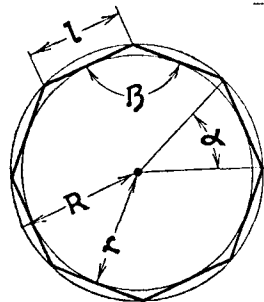
$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} = 51^\circ 25' 42''; \beta = 180^\circ - \alpha = 128^\circ 34' 18''$$

$$\begin{aligned} p &= l \times n; R = l \times 1,1524 = r \times 1,1099 \\ r &= R \times 0,901 = l \times 1,0383; l = R \times 0,8678 \\ &= r \times 0,9631; S = l^2 \times 3,6339 = R^2 \times 2,7364 \\ &= r^2 \times 3,371 = \frac{1}{2} p \times r = \frac{l \times r}{2} \times n \end{aligned}$$

POLIGONI REGOLARI

l = lato; r = raggio del cerchio inscritto (apotema); R = raggio del cerchio circoscritto;
 α = angolo al centro; β = angolo alla periferia; p = perimetro; n = numero dei lati; s = area

OTTAGONO



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} = 45^\circ; \beta = 180^\circ - \alpha = 135^\circ$$

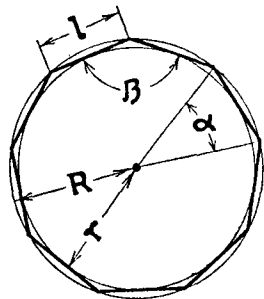
$$p = l \times n; R = l \times 1,3066 = r \times 1,0824$$

$$r = R \times 0,9239 = l \times 1,2071; l = R \times 0,7654$$

$$= r \times 0,8284; s = l^2 \times 4,8284 = R^2 \times 2,8284$$

$$= r^2 \times 3,3137 = \frac{1}{2} p \times r = \frac{l \times r}{2} \times n$$

ENNAGONO



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} = 40^\circ; \beta = 180^\circ - \alpha = 140^\circ$$

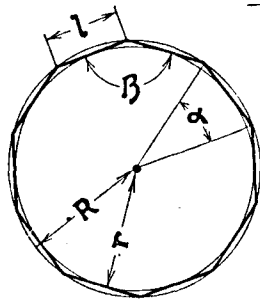
$$p = l \times n; R = l \times 1,4619 = r \times 1,0642$$

$$r = R \times 0,9397 = l \times 1,3737; l = R \times 0,688$$

$$= r \times 0,7279; s = l^2 \times 6,1818 = R^2 \times 2,8925$$

$$= r^2 \times 3,2757 = \frac{1}{2} p \times r = \frac{l \times r}{2} \times n$$

DECAGONO



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n} = 36^\circ; \beta = 180^\circ - \alpha = 144^\circ$$

$$p = l \times n; R = l \times 1,618 = r \times 1,0515$$

$$r = R \times 0,9511 = l \times 1,5388; l = R \times 0,6462$$

$$= r \times 0,6498; s = l^2 \times 7,6942 = R^2 \times 2,9369$$

$$= r^2 \times 3,2492 = \frac{1}{2} p \times r = \frac{l \times r}{2} \times n$$

POLIGONI IRREGOLARI

Superficie = somma dell'area di tutti i triangoli componenti il poligono.

a, b, c = centri di gravità di ogni singolo triangolo, ottenuti dai punti d'incontro delle rispettive mediane

x, y, z = aree dei triangoli; aa' ,

bb' = parallele di lunghezze

qualsiasi proporzionali alle

aree y e x ; g = centro di

gravità di due triangoli

ottenuto dal punto d'in-

contro delle congiungenti

ab' con ab ; gg', cc' = pa-

rallele di lunghezze qual-

siasi proporzionali alle aree

z e $x+y$; G = centro di gravità

dell'intero poligono ottenuto dal punto d'incontro delle congiungenti gc' con gc'

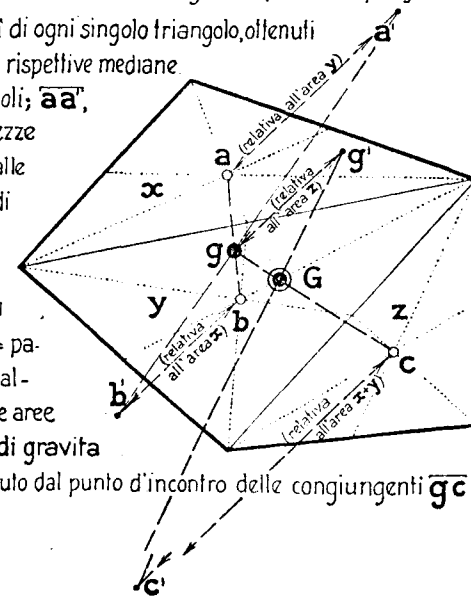
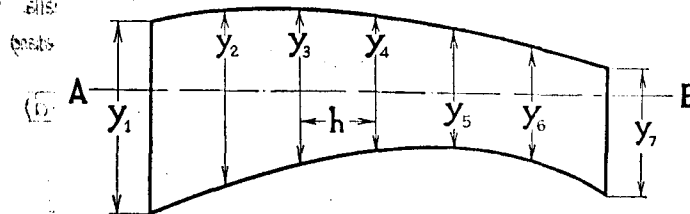


FIGURA QUALUNQUE

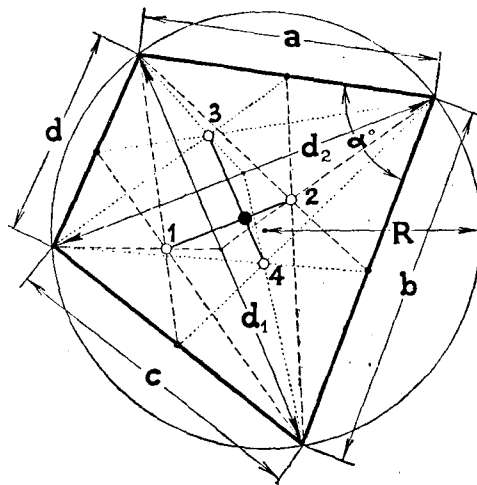


AB = retta nel senso della figura, divisa in parti uguali (non meno di quattro); y_1, y_2, y_3 , ecc. = ordinate prolungate fino all'incontro della figura; h = ascissa; s = area

$$s = \frac{h}{3} \times (y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + 2y_5 + 4y_6 + y_7)$$

A maggior numero di ordinate corrisponde una maggior precisione di risultato di superficie. La successione della formula con un maggior numero di ordinate è costante

QUADRILATERO INSCRITTO IN UN CERCHIO



a, b, c, d = lati; d_1, d_2 = diagonali; R = raggio del cerchio circoscritto; p = semiperimetro; s = area. Centro di gravità = intersecazione delle due congiungenti i punti 1 e 2 con 3 e 4; 1 e 2 = centri di gravità dei due triangoli formati dalla diagonale d_1 ; 3 e 4 = centri di gravità dei due triangoli formati dalla diagonale d_2 (i centri di gravità dei quattro triangoli si ottengono dai punti d'incontro delle risp. mediane)

$$d_1 = \sqrt{\frac{(a \times c + b \times d) \times (a \times d + b \times c)}{a \times b + c \times d}}, d_2 = \sqrt{\frac{(a \times c + b \times d) \times (a \times b + c \times d)}{a \times d + b \times c}}$$

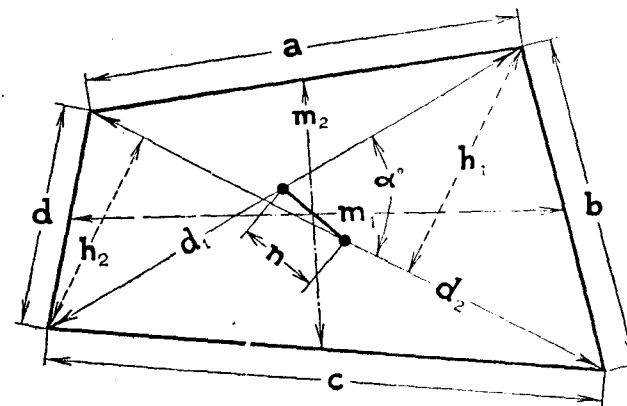
$$\text{EQUAGLIANZA: } d_1 \times d_2 = (a \times c) + (b \times d)$$

$$R = \frac{(a \times b + c \times d) \times d_1}{4s} = \frac{d_1}{2 \sin \alpha}, \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-a) \times (p-b)}{a \times b + c \times d}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-c) \times (p-d)}{a \times b + c \times d}}, \tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-a) \times (p-b)}{(p-c) \times (p-d)}}$$

$$s = \sqrt{(p-a) \times (p-b) \times (p-c) \times (p-d)} = \frac{1}{2} \times (a \times b + c \times d) \times \sin \alpha$$

QUADRILATERO CONVESSO



a, b, c, d = lati; d_1, d_2 = diagonali; n = congiungente i punti medi delle diagonali; p = semiperimetro; m_1, m_2 = congiungente i punti medi dei lati opposti; h_1, h_2 = altezze relative alla diagonale d_2 ; s = area

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = d_1^2 + d_2^2 + 4n^2$$

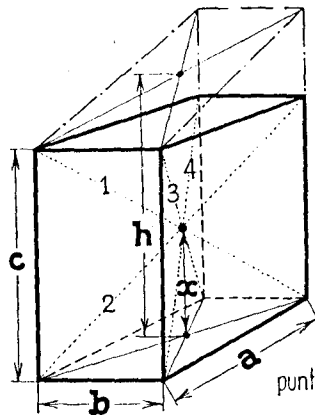
$$m_1 = \frac{1}{2} \times \sqrt{(a^2 + c^2) - (b^2 + d^2) + d_1^2 + d_2^2}$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \times \sqrt{(b^2 + d^2) - (a^2 + c^2) + d_1^2 + d_2^2}$$

$$s = \frac{1}{4} \times \sqrt{(2 \times d_1 \times d_2)^2 - (a^2 - b^2 + c^2 - d^2)^2} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \times (h_1 + h_2) \times d_2$$

Centro di gravità = punto d'intersecazione delle due congiungenti i centri di gravità dei due triangoli derivati dalla diagonale d_1 con quelli derivati dalla diagonale d_2 . I centri di gravità dei quattro triangoli si ottengono dai punti d'incontro delle rispettive mediane. (Vedere quadrilatero inscritto in un cerchio)

PARALLELOPIPEDO RETTANGOLO



a, b, c = dimensioni del solido
1, 2, 3, 4 = diagonali; Sl = area laterale; St = area totale; V = volume.

$$1, 2, 3, 4 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$Sl = 2 \times (a + b) \times c$$

$$St = 2 \times (a \times b + a \times c + b \times c)$$

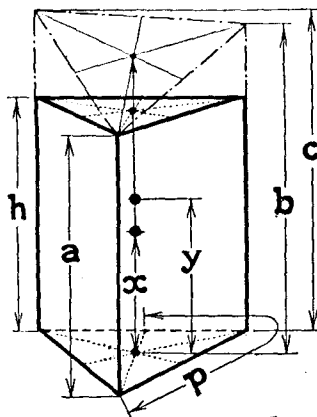
$$V = a \times b \times c$$

Centro di gravità x = distanza dal punto d'incontro delle diagonali 1, 2, 3, 4 con la base

TRONCO DI PARALLELOPIPEDO

$V = a \times b \times h$; h = distanza fra il centro della base e la sezione super.

PRISMA TRIANGOLARE RETTO



h = altezza; p = semiperimetro della base; B = area della base; Sl = area laterale; St = area totale; V = volume.

$$Sl = 2 p \times h; St = 2 \times (p \times h + B)$$

$$V = B \times h$$

Centro di gravità x = distanza della metà della congiungente i baricentri delle basi.

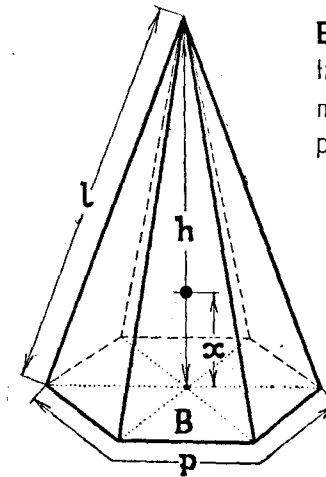
TRONCO DI PRISMA TRIANGOLARE RETTO SEZIONATO OBLIQUAMENTE

a, b, c = le tre altezze; B = area della base.

Centro di gravità y misurato dalla base inferiore (sulla congiungente la sezione super.)

$$V = \frac{B}{3} \times (a + b + c); y = \frac{3a + (b + c - 2a) \times (2b + 2c - a)}{6 \times (a + b + c)}$$

PIRAMIDE



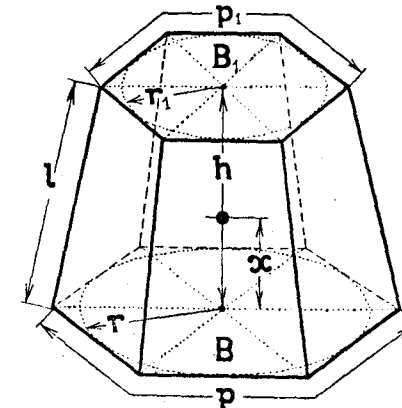
B = area della base; p = semiperimetro della base; h = altezza; l = apotema; Sl = superficie laterale; St = superficie totale; V = volume.

$$Sl = p \times l; St = p \times l + B$$

$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

Centro di gravità $x = \frac{1}{4}$ della congiungente il baricentro della base col vertice = $h/4$.

TRONCO DI PIRAMIDE A BASI PARALLELE



B = area della base inferiore; B_1 = area della base superiore; p, p_1 = semiperimetri delle basi; h = altezza; l = apotema; r, r_1 = raggi dei cerchi inscritti delle basi; Sl = superficie laterale; St = superficie totale; V = volume.

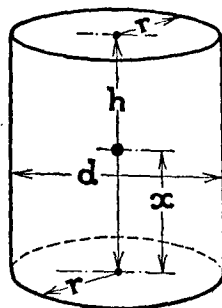
$$Sl = (p + p_1) \times l$$

$$St = (p + p_1) \times l + B + B_1; V = \frac{h}{3} \times (B + B_1 + \sqrt{B \times B_1}) = \frac{h}{3} \times (p \times r + p_1 \times r_1 + \sqrt{p \times p_1 \times r \times r_1})$$

$$\text{Centro di gravità } x = \frac{h}{4} \times \frac{B + 2\sqrt{B \times B_1} + 3B_1}{B + \sqrt{B \times B_1} + B_1}$$

CILINDRO

RETTO



r = raggio; d = diametro; h = altezza
 Sl = superficie laterale; St = superficie totale; V = volume; x = centro di gravità.

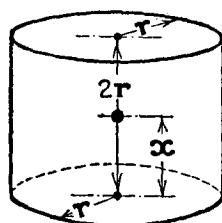
$$Sl = 6,283 \times r \times h = \pi \times d \times h$$

$$St = 6,283 \times r \times (h + r) = \pi \times d \times (h + r)$$

$$V = \pi \times r^2 \times h = 0,7854 \times d^2 \times h$$

$x = \frac{1}{2}$ della congiungente i baricentri delle basi

EQUILATERO

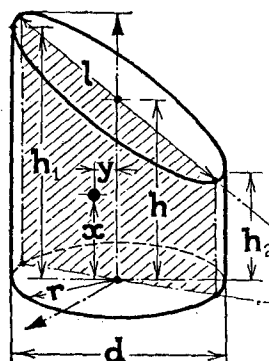


r = raggio; $2r$ = altezza; Sl = superficie laterale; St = superficie totale; V = volume; x = centro di gravità.

$$Sl = 12,566 \times r^2; St = 18,85 \times r^2$$

$V = 6,283 \times r^3$; $x = \frac{1}{2}$ della congiungente i baricentri delle basi.

RETTO A SEZIONE OBLIQUA



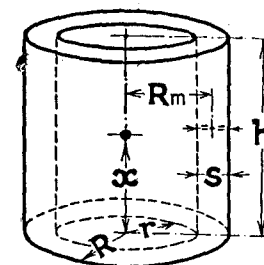
r = raggio; h, h_1, h_2 = altezze; Sl = superficie laterale; St = superficie totale; V = volume; x, y = distanze del centro di gravità; d = diametro.

$$Sl = \pi \times r \times (h_1 + h_2); St = Sl + (\pi \times r) \times (d \times l \times 0,7854); V = \text{sup. base} \times h = \pi \times r^2 \times \frac{(h_1 + h_2)}{2}; d = \sqrt{\frac{V}{0,7854 \times h}}$$

$$x = \frac{h}{2} + \left(\frac{1}{8} \times \frac{r^2 \times \tan^2 \alpha}{h} \right); y = \frac{1}{4} \times \frac{r^2 \times \tan \alpha}{h}$$

CILINDRO

CAVO (TUBO)



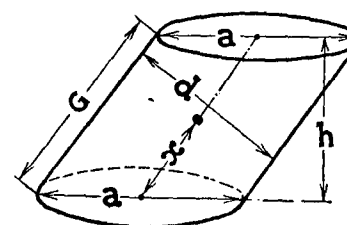
R = raggio circonferenza esterna; r = raggio circonferenza interna; R_m = raggio circonferenza media; s = spessore; h = altezza; Se = superficie esterna; Si = superficie interna; V = volume.

$$s = R - r; R_m = \frac{1}{2} \times (R + r); Se = 2\pi \times R \times h$$

$$Si = 2\pi \times r \times h; V = \pi \times h \times (R^2 - r^2) =$$

$$= 2\pi \times h \times s \times R_m; \text{Centro di gravità} = x = \text{metà congiung. baricent. basi}$$

OBLIQUO A BASI PARALLELE



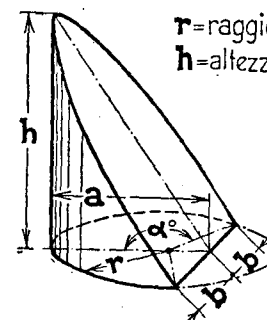
d = diametro; r = raggio = $d/2$
 a = asse maggiore delle basi
 h = altezza; G = generatrice
 Sl = superficie laterale; St = superficie totale; V = volume.

$$G = \frac{V}{r^2 \times \pi}; r = \sqrt{\frac{V}{G \times \pi}}$$

$$a = \frac{V}{d \times h \times 0,7854}; Sl = d \times \pi \times G; St = Sl + 2(a \times d \times 0,7854)$$

$V = r^2 \times G \times \pi = a \times d \times h \times 0,7854$; Centro di gravità = x = metà congiungente baricentri basi.

UNGHIA CILINDRICA QUALUNQUE

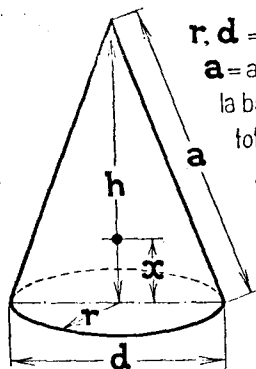


r = raggio della circonferenza della base del cilindro
 h = altezza; a, b = quote di base; α = angolo al centro della base dello zoccolo; S = superficie laterale; V = volume.

$$S = \frac{2 \times r \times h}{a} \times \left[(a - r) \times \frac{\alpha}{2} \times \frac{\pi}{180} + b \right]$$

$$V = \frac{h}{3a} \times \left[b(3r^2 - b^2) + 3r^2(a - r) \times \frac{\alpha}{2} \times \frac{\pi}{180} \right]$$

CONO CIRCOLARE RETTO



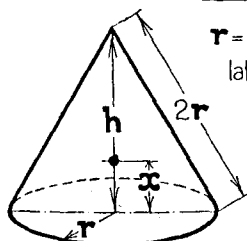
r, d = raggio e diametro della base; h = altezza
 a = apotema = lato = generatrice; S_b = superficie della base; S_l = superficie laterale; S_t = superficie totale del cono; V = volume.

$$h = \sqrt{a^2 - r^2}; a = \sqrt{r^2 + h^2}; d = \sqrt{\frac{3V}{0,7854 \times h}}$$

$$S_b = r^2 \times \pi = 3V/h; S_l = 1,5708 \times d \times a = \pi \times r \times a; S_t = 1,5708 \times d \times (a + r) = \pi \times r \times (a + r); V = 1,04719 \times r^2 \times h = 0,26179 \times d^2 \times h.$$

Centro di gravità $x = \frac{1}{4} h$.

CONO EQUILATERO



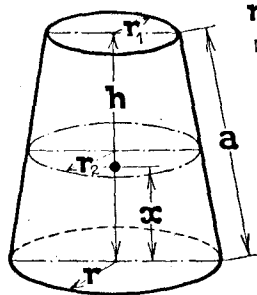
r = raggio della base; $2r$ = apotema; S_l = superficie laterale; S_t = superficie totale del cono; V = volume

$$h = 1,7321 \times r; S_l = 6,2832 \times r^2$$

$$S_t = 9,4248 \times r^2; V = 1,04919 \times r^3 \times 1,7321$$

Centro di gravità $x = \frac{1}{4} h$.

TRONCO DI CONO A BASI PARALLELE



r, r_1 = raggi delle basi; r_2 = raggio della sezione media; h = altezza; a = lato = generatrice; H = altezza del cono figurato completo; S_l = superficie laterale; S_t = superficie totale; V = volume.

$$S_l = \pi \times a \times (r + r_1) = 6,2832 \times r_2 \times a$$

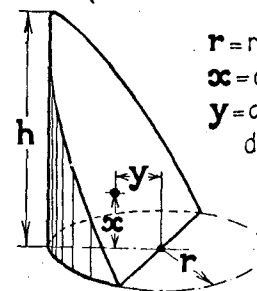
$$S_t = \pi \times [a \times (r + r_1) + (r^2 + r_1^2)] = \pi \times [r \times (a + r) + r_1 \times (a + r_1)]$$

$$V = 1,04719 \times h \times [r^2 + (r_1 \times r) + r_1^2]$$

$$H = h + \frac{h \times r_1}{r - r_1}; \text{Centro di gravità } x = \frac{h}{4} \times \frac{r^2 + 2r \times r_1 + 3r_1^2}{r^2 + r \times r_1 + r_1^2}$$

UNGHIA CILINDRICA

(TAGLIATA SUL DIAMETRO MASSIMO DEL CILINDRO)



r = raggio della base del cilindro; h = altezza
 x = distanza del centro di gravità dalla base
 y = distanza del centro di gravità dal centro della base; S = superficie; V = volume.

$$S = 2 \times r \times h; V = \frac{2}{3} \times r^2 \times h$$

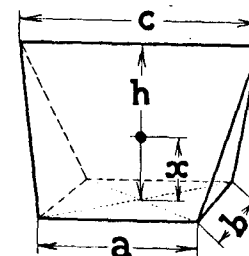
Centro di gravità:

$$x = 0,29452 \times h; y = 0,58904 \times r$$

Centro di gravità del mantello dell'unghia: $x = 0,39269 \times h; y = 0,78539 \times r$

Centro di gravità dell'unghia cava: $x = 0,29452 \times \frac{H^4 - h^4}{H^3 - h^3}; y = 0,58904 \times \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}$

CUNEO



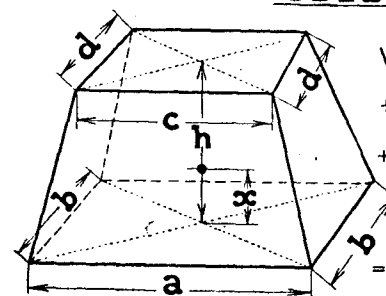
a, b, c = dimensioni del cuneo

h = altezza; x = distanza del centro di gravità dalla base

$$\text{Volume} = \frac{1}{6} \times (2a + c) \times b \times h$$

$$x = \frac{h}{2} \times \frac{a + c}{2a + c}$$

OBELISCO



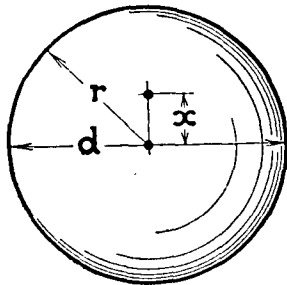
$$\text{Volume} = \frac{1}{6} h \times [(2a + c) \times b + (2c + a) \times d] = \frac{1}{6} h \times [a \times b + (a + c) \times (b + d) + c \times d]$$

Centro di gravità $x =$

$$= \frac{h}{2} \times \frac{(a \times b) + (a \times d) + (c \times b) + (3c \times d)}{(2a \times b) + (a \times d) + (c \times b) + (2c \times d)}$$

SFERA E SUE PARTI

SFERA



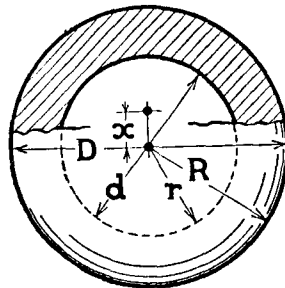
Superficie = $r^2 \times 12,566 = \pi \times d^2$
 = 4 volte l'area del cerchio massimo

Volume = $r^3 \times 4,1888 = d^3 \times 0,5236$
 = superficie x un terzo del raggio r

$$r = \sqrt[3]{\frac{\text{volume} \times 3}{12,566}} = 0,6203 \times \sqrt[3]{\text{volume}}$$

Centro di gravità mezza sfera $x = 0,375 \times r$

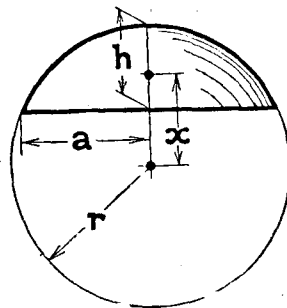
SFERA CAVA



Volume = $4,1888 \times (R^3 - r^3) =$
 $= 0,5236 \times (D^3 - d^3)$; Centro di gravità mezza sfera cava

$$x = 0,375 \times \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}$$

SEGMENTO SFERICO E CALOTTA (AD UNA BASE)



Superficie della calotta =
 $= \pi \times (a^2 + h^2) = 6,2832 \times r \times h$

$$a = \sqrt{h \times (2r - h)}; \quad r = \frac{2a^2 + h^2}{4h}$$

$$h = r - \sqrt{r^2 - a^2}; \quad \text{Volume} = 0,5236 \times h \times (3a^2 + h^2) =$$

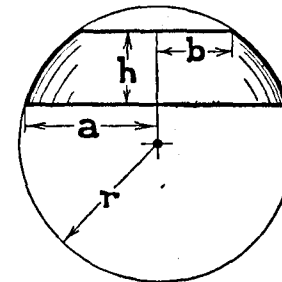
$$= 0,5236 \times h^3 + \frac{\pi \times a^2 \times h}{2}$$

$$\text{Centro di gravità } x = 0,75 \times \frac{(2r - h)^2}{3r - h}$$

Centro di gravità della calotta = $h/2$

SFERA E SUE PARTI

SEGMENTO SFERICO A DUE BASI E ZONA SFERICA



Superficie della zona sferica =
 $= 6,2832 \times r \times h$

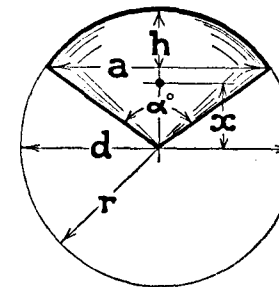
$$\text{Volume} = 0,5236 \times h \times (3a^2 + 3b^2 + h^2) =$$

$$= 0,5236 \times h^3 + \frac{(\pi \times b^2 \times h)}{2} + \frac{(\pi \times a^2 \times h)}{2}$$

$$r = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a^2 - b^2 - h^2}{2h}\right)^2}$$

Centro di gravità della zona = $h/2$

SETTORE SFERICO



Superficie = $\pi \times r \times \left(2h + \frac{a}{2}\right)$

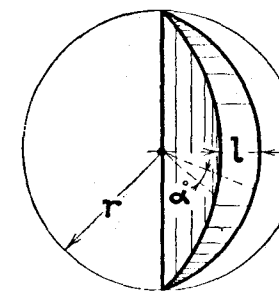
$$\text{Volume} = 2,0944 \times r^2 \times h = 0,5236 \times d^2 \times h$$

$$a = 2r \times \sin \frac{\alpha^\circ}{2} = 2\sqrt{h \times (2r - h)}$$

$$h = r - \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}; \quad r = \frac{a^2/4 + h^2}{2h}$$

Centro di gravità $x = 0,375 \times (2r - h) =$
 $= 0,375 \times \left(1 + \cos \frac{\alpha^\circ}{2}\right) \times r$

SPICCHIO O UNGHIA SFERICA



l = lunghezza dell'arco, α° = angolo al centro

$$\text{Superficie del fuso} = 2r \times l = \frac{\pi \times r^2 \times \alpha^\circ}{90^\circ}$$

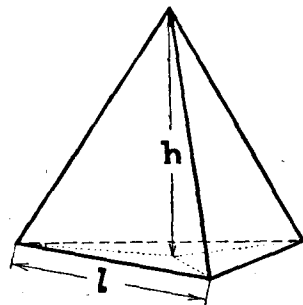
$$\text{Superficie totale} = (2r \times l) + (r^2 \times \pi)$$

$$\text{Volume} = 0,6666 \times r^2 \times l =$$

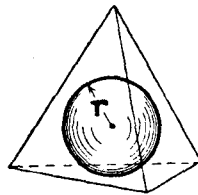
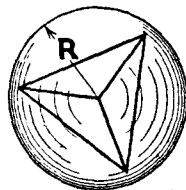
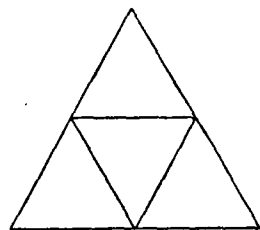
$$= \frac{\pi \times r^3 \times \alpha^\circ}{270^\circ}$$

TETRAEDRO

POLIEDRO REGOLARE CONVESSO (INSCRITTO IN UNA SFERA)
FORMATO DA QUATTRO TRIANGOLI EQUILATERI



SVILUPPO

 $f = \text{numero delle facce} = 4$ $v = \text{numero dei vertici} = 4$ $c = \text{numero delle costole} = 6$ $n = \text{numero dei lati di ogni faccia} = 3$ $n_1 = \text{numero delle costole con. correnti in ogni vertice} = 3$

$$2c = n \times f = n_1 \times v; v + f = c + 2 \text{ (Eulero)}$$

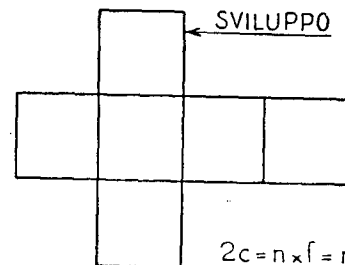
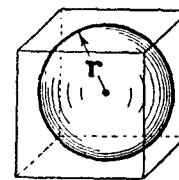
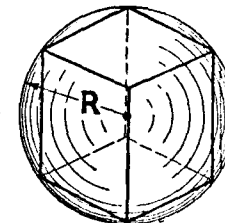
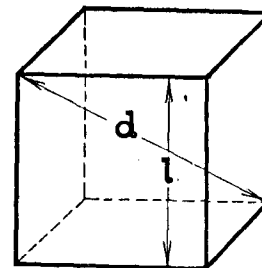
$$v = \frac{4n}{2(n+n_1) - n \times n_1}; f = \frac{4n_1}{2(n+n_1) - n \times n_1}; c = \frac{2 \times n \times n_1}{2(n+n_1) - n \times n_1}$$

$l = \text{costola}$, $R = \text{raggio della sfera circoscritta}$; $r = \text{raggio della sfera inscritta}$; $h = \text{altezza}$; $s = \text{area}$; $V = \text{volume}$.

$$\begin{aligned} h &= l \times 0,8165 = R \times 1,3333... = 4 \times r; l = h \times 1,2247 = \\ &= R \times 1,63298 = r \times 4,8989; R = l \times 0,6123 = h \times 0,75 = \\ &= 3 \times r; r = l \times 0,20412 = R/3 = h \times 0,25; s = l^2 \times 1,7321 = \\ &= R^2 \times 4,61896 = r^2 \times 41,5704; V = l^3 \times 0,11785 = R^3 \times 0,5132 = \\ &= r^3 \times 13,8568 \end{aligned}$$

ESAEDRO o CUBO

POLIEDRO REGOLARE CONVESSO (INSCRITTO IN UNA SFERA)
FORMATO DA 6 QUADRATI

 $f = \text{numero delle facce} = 6$ $v = \text{numero dei vertici} = 8$ $c = \text{numero delle costole} = 12$ $n = \text{numero dei lati di ogni faccia} = 4$ $n_1 = \text{numero delle costole con. correnti in ogni vertice} = 3$

$$2c = n \times f = n_1 \times v; v + f = c + 2 \text{ (Eulero)}$$

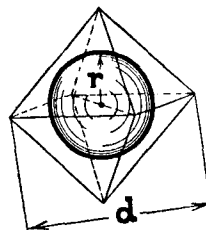
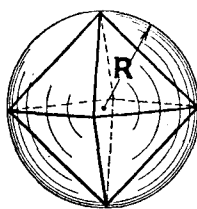
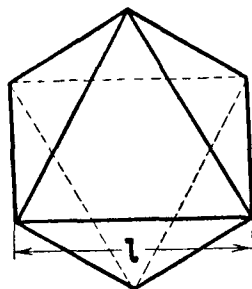
$$v = \frac{4n}{2(n+n_1) - n \times n_1}; f = \frac{4n_1}{2(n+n_1) - n \times n_1}; c = \frac{2 \times n \times n_1}{2(n+n_1) - n \times n_1}$$

$l = \text{costola}$, $R = \text{raggio della sfera circoscritta}$; $r = \text{raggio della sfera inscritta}$, $d = \text{diagonale}$, $s = \text{area}$; $V = \text{volume}$.

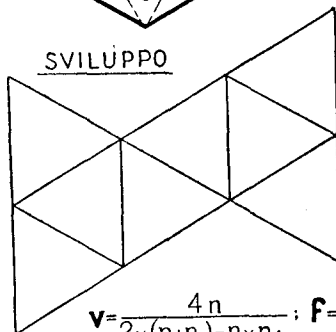
$$\begin{aligned} l &= R \times 1,1548 = 2r = d \times 0,5774; d = l \times 1,7321 = 2R = \\ &= 2r \times 1,7321; R = l \times 0,866 = 0,5d = r \times 1,7321; r = 0,5l = \\ &= R \times 0,5774 = d \times 0,2883; s = l^2 \times 6 = R^2 \times 8 = r^2 \times 24 = \\ &= d^2 \times 2; V = l^3 = R^3 \times 1,5396 = r^3 \times 8 = d^3 \times 0,1924 \end{aligned}$$

OTTAEDRO

POLIEDRO REGOLARE CONVESSO (INSCRITTO IN UNA SFERA)
FORMATO DA OTTO TRIANGOLI EQUILATERI



SVILUPPO



f = numero delle facce = 8
 v = numero dei vertici = 6
 c = numero delle costole = 12
 n = numero dei lati di ogni faccia = 3
 n_1 = numero delle costole concorrenti in ogni vertice = 4

$$2c = n \times f = n_1 \times v; v + f = c + 2 \text{ (Eulero)}$$

$$v = \frac{4n}{2(n+n_1)-n \times n_1}; f = \frac{4n_1}{2(n+n_1)-n \times n_1}; c = \frac{2 \times n \times n_1}{2(n+n_1)-n \times n_1}$$

l = costola; R = raggio della sfera circoscritta; r = raggio della sfera inscritta; d = diagonale (N° 3 diagonali); s = area; V = volume

$$l = R \times 1,4142 = r \times 2,4495 = d \times 0,7071; d = l \times 1,4142 = 2R = r \times 3,4642; R = l \times 0,7071 = r \times 1,7321 = d/2$$

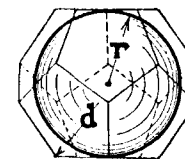
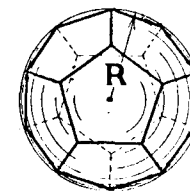
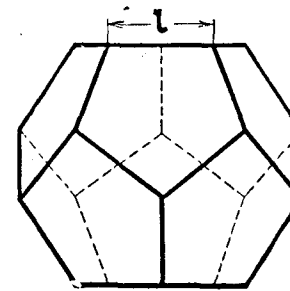
$$r = l \times 0,4082 = R \times 0,5774 = d \times 0,2887$$

$$s = l^2 \times 3,4642 = R^2 \times 6,9284 = r^2 \times 20,7852 = d^2 \times 1,7321$$

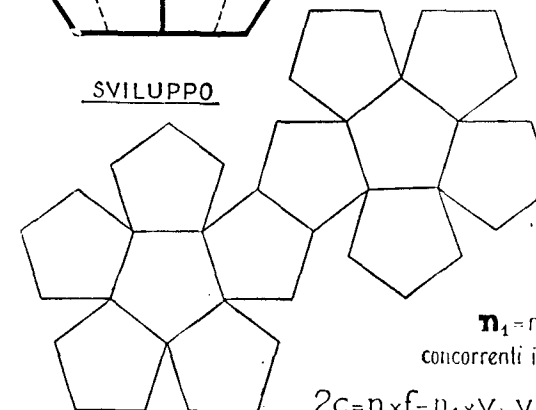
$$V = l^3 \times 0,4714 = R^3 \times 1,3333 = r^3 \times 6,9284 = d^3/6$$

DODECAEDRO

POLIEDRO REGOLARE CONVESSO (INSCRITTO IN UNA SFERA)
FORMATO DA DODICI PENTAGONI



SVILUPPO



f = numero delle facce = 12
 v = numero dei vertici = 20
 c = numero delle costole = 30
 n = numero dei lati di ogni faccia = 5

n_1 = numero delle costole concorrenti in ogni vertice = 3

$$2c = n \times f = n_1 \times v; v + f = c + 2 \text{ (Eulero)}$$

$$v = \frac{4n}{2(n+n_1)-n \times n_1}; f = \frac{4n_1}{2(n+n_1)-n \times n_1}; c = \frac{2 \times n \times n_1}{2(n+n_1)-n \times n_1}$$

l = costola; R = raggio della sfera circoscritta; r = raggio della sfera inscritta; d = diagonale (N° delle diagonali = 100); s = area; V = volume

$$l = R \times 0,7136 = r \times 0,8976 = d \times 0,3568; d = l \times 2,802 =$$

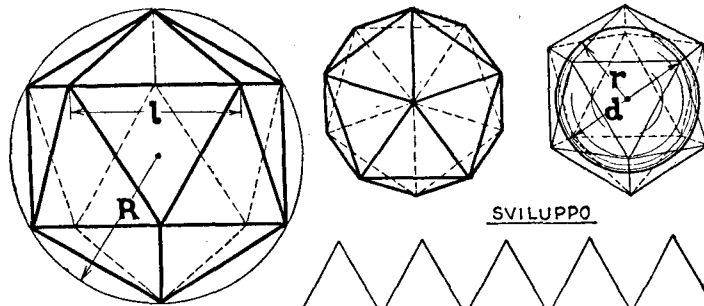
$$= R \times 2 = r \times 2,5163; R = l \times 1,401 = r \times 1,2582 = 0,5 \times d$$

$$r = l \times 1,1135 = R \times 0,7948 = d \times 0,3974; s = l^2 \times 20,64 = R^2 \times 10,5144 =$$

$$= r^2 \times 16,647 = d^2 \times 2,6296; V = l^3 \times 7,6631 = R^3 \times 2,7819 = r^3 \times 5,549$$

ICOSAEDRO

POLIEDRO REGOLARE CONVESSO (INSCRITTO IN UNA SFERA)
FORMATO DA VENTI TRIANGOLI EQUILATERI



f = numero delle facce = 20

v = numero dei vertici = 12

c = numero delle costole = 30

n = numero dei lati di ogni

faccia = 3; n_1 = numero delle costole

concorrenti per ogni vertice = 5

$$2c = n \times f = n_1 \times v; v + f = c + 2$$

(Eulero)

$$v = \frac{4n}{2 \times (n + n_1) - n \times n_1}, c = \frac{2 \times n \times n_1}{2 \times (n + n_1) - n \times n_1}, f = \frac{4n_1}{2 \times (n + n_1) - n \times n_1}$$

l = costola; R = raggio della sfera circoscritta; r = raggio della sfera inscritta; d = diagonale (N° 36 diagonali); s = area; V = volume

$$l = R \times 1,05146 = r \times 1,3232 = d \times 0,5257; d = l \times 1,9021$$

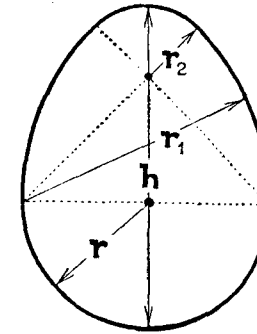
$$R = l \times 0,95106 = r \times 1,25844 = d \times 0,5$$

$$r = l \times 0,75574 = R \times 0,79462 = d \times 0,3973$$

$$s = l^2 \times 8,66 = R^2 \times 9,5746 = r^2 \times 15,162 = d^2 \times 2,3936$$

$$V = l^3 \times 2,1817 = R^3 \times 2,5361 = r^3 \times 5,054 = d^3 \times 0,317$$

OVOIDE



Solido formato con tre archi di cerchio, il primo r serve per la base, il secondo r_1 per tracciare le pareti laterali e il terzo r_2 per la parte superiore.

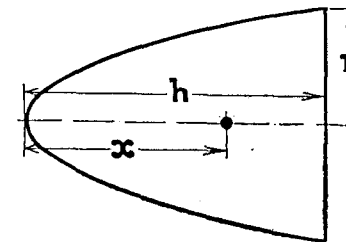
$$r_1 = 2r; r_2 = 0,586 \times r; h = 2r + r_2$$

$$\text{Superficie} = 14,81 \times r^2; \text{Volume} = 5,264 \times r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\text{volume} / 5,264} = \sqrt{\text{Superficie} / 14,81}$$

PARABOLOIDE

(ROTONDO, O DI ROTAZIONE, O DI RIVOLUZIONE)

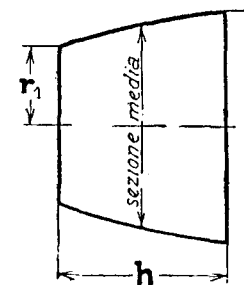


$$\text{Superficie} = 3,6 r \times \sqrt{r^2 + \frac{4}{3} h^2}$$

$$\text{Volume} = 1,5708 \times r^2 \times h$$

$$\text{Centro di gravità } x = \frac{2}{3} h$$

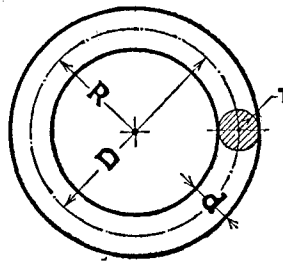
TRONCO DI PARABOLOIDE A BASI PARALLELE



r, r_1 = raggi delle due basi: inferiore e superiore; V = volume

$$V = 1,5708 \times h \times (r^2 + r_1^2) = \text{superficie sezione media} \times h$$

ANELLO CIRCOLARE

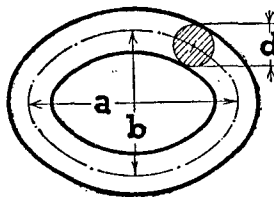


D = diametro della circonferenza media
 d = diametro della sezione circolare
 R = raggio della circonferenza media
 r = raggio della sezione circolare.

$$\text{Superficie} = 39,4784 \times R \times r = 9,8696 \times D \times d$$

$$\text{Volume} = 19,7392 \times R \times r^2 = 2,4674 \times D \times d^2$$

ANELLO ELLITTICO

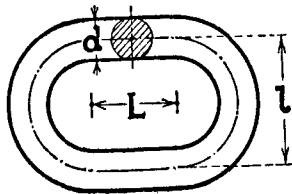


a, b = lunghezze degli assi medi
 d = diametro della sezione circolare

$$\text{Superficie} = 9,8696 \times d \times \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$\text{Volume} = 2,4674 \times d^2 \times \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

ANELLO ALLUNGATO

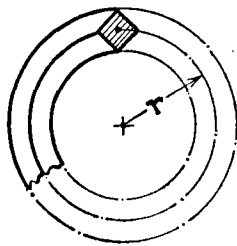


L, l = distanze fra i centri di curvatura e di stanza asse media minore; d = diam. sez. circol.

$$\text{Sup} = (9,8696 \times l \times d) + (6,2832 \times L \times d)$$

$$\text{Volume} = 0,7854 \times d^2 \times (\pi \times l + 2L)$$

SOLIDO DI RIVOLUZIONE



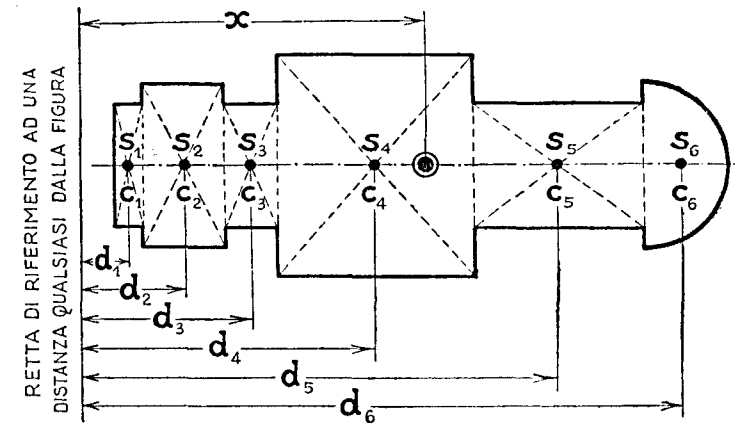
A = superficie della sezione qualunque; r = raggio dal centro del solido al centro di gravità della sezione.

$$\text{Sup} = \text{perimetro sezione} \times 2\pi \times r; \text{Volume} = 2\pi \times r \times A$$

Se la sezione generatrice anziché compiere un giro completo si limitasse ad un arco qualunque di gradi α , il volume risulterebbe:

$$V = \frac{\pi \times r \times \alpha^\circ}{180^\circ} \times A$$

CENTRO DI GRAVITA' DI UNA FIGURA QUALSIASI (BARICENTRO CON LA TEORIA DEI MOMENTI)



$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ = superfici di ogni singola parte della figura, convenientemente divisa.

S = somma totale delle superfici suddette.

$C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ = centri di gravità di ogni singola superficie della figura.

$d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6$ = distanze dai singoli centri di gravità delle superfici, alla retta di riferimento.

$m_1 = S_1 \times d_1$; $m_2 = S_2 \times d_2$; $m_3 = S_3 \times d_3$; $m_4 = S_4 \times d_4$;
 $m_5 = S_5 \times d_5$; $m_6 = S_6 \times d_6$; (prodotti di ogni superficie moltiplicata per la distanza del suo centro di gravità alla retta di riferimento)

M = somma totale dei suddetti prodotti m_1, m_2 , ecc.

Il centro di gravità x dell'intera figura si ottiene dividendo la somma totale M dei prodotti m_1, m_2 , ecc. per la somma totale S delle superfici.

$$x = \frac{M}{S}$$