ermittelt wurden, anwenden. Bei Einführung der dimensionslosen Parameter

a sufficiently good approximation will still be obtained.

On introducing the dimensionless parameters:

$$\xi = \frac{x}{a} \quad \text{und / and} \quad \eta = \frac{y}{b}$$

und mit der Bezeichnung des Plattenseitenverhältnisses $a \leq b$

and also putting

$$\gamma = \frac{a}{b},$$

kann die Gleichung für die Durchbiegung der isotropen Platte (1.23) in der Form

for the ratio of the plate edge lengths, where $a \leq b$, we can write the equation (1.23) for the deflection of the isotropic plate in the form:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^4} + 2\gamma^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \gamma^4 \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} = \frac{qa^4}{D}. \tag{1.66}$$

geschrieben werden. Mit der Bezeichnung

Now putting:

$$\gamma_{pr} = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{D_y}{D_x}}, \tag{1.67}$$

kann die Gleichung der orthotropen Platte in der Form

we can write the equation for the orthotropic plate in the form:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + 2\gamma_{pr}^2 \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \gamma_{pr}^4 \frac{\partial^4 w}{\partial \eta^4} = \frac{qa^4}{D_x}. \tag{1.68}$$

geschrieben werden. Mit diesem Verfahren können die Durchbiegungen der rechteckigen orthotropen Platte mit dem Seitenverhältnis $\gamma$ wie Durchbiegungen der rechteckigen isotropen Platte mit dem Seitenverhältnis $\gamma_{pr}$ bestimmt werden; ähnlich kann man auch die übrigen statischen Größen ableiten, die durch die Formeln (1.11), (1.12), (1.19), (1.20) und (1.21) bzw. (1.32) und (1.33) gegeben sind.

With this method the deflections of the rectangular orthotropic plate with the edge length ratio $\gamma$ can be determined as deflections of the rectangular isotropic plate with the edge length ratio $\gamma_{pr}$. The other statical quantities, as expressed by the formulas (1.11), (1.12), (1.19), (1.20) and (1.21) or (1.32) and (1.33), can be derived in similar fashion.

### 1.1.12 Der Einfluß der Querdehnungszahl

Die Querdehnungzahl unterscheidet sich je nach dem Werkstoff, aus dem die Platte hergestellt wird. Bei Stahlbeton wird der Wert $\mu \cong 0{,}15$, bei Stahl $\mu = 0{,}25$ bis $0{,}30$ vorausgesetzt.

Betrachten wir, was für einen Fehler wir begehen, wenn wir beim Stahlbeton die Querdehnungszahl gleich Null annehmen.

### 1.1.12 Effect of Poisson's ratio

The value of Poisson's ratio varies according to the material of which the plate consists. For reinforced concrete a value $\mu \cong 0{,}15$, and for steel a value $\mu = 0{,}25$ to $0{,}30$, will be presupposed.

Let us consider what error is committed by assuming Poisson's ratio for reinforced concrete to be zero.



Die Durchbiegung $w$ ist umgekehrt proportional zur Steifigkeit $D$; man bekommt daher bei $\mu = 0$ eine um etwa 2% größere Durchbiegung als bei $\mu = 0{,}15$. Diesen Fehler kann man vernachlässigen. Wenn wir jedoch die Biegungs- und Torsionsmomente verfolgen, sind die Ergebnisse ganz andere. Zum Beispiel bewirkt der Ersatz von $\mu = 0{,}15$ durch $\mu = 0$ in der Mitte einer Quadratplatte, wo $(\partial^2 w/\partial x^2) = (\partial^2 w/\partial y^2)$ ist, einen Fehler von 15%, der auf der unsicheren Seite liegt. Die Ursache liegt darin, daß die Querdehnungszahl einen Einfluß auf die Spannungsverteilung in dem statisch unbestimmten System hat. Mit wachsender Querdehnungszahl wird sozusagen die Platte steifer, die Durchbiegungen nehmen ab und die Momente wachsen. In den übrigen Punkten (außerhalb der Mitte) wird der Fehler noch wesentlich größer; da aber die absoluten Werte der Momente kleiner werden, ist dies nicht so gefährlich. Bei den Torsionsmomenten entsteht für $\mu = 0$ in allen Punkten ein Fehler von 15% gegenüber $\mu = 0{,}15$. Die Querkräfte sind von $\mu$ unabhängig.

The deflection $w$ is inversely proportional to the stiffness $D$; hence for $\mu = 0$ we obtain an approximately 2% greater deflection than for $\mu = 0{,}15$. An error of this magnitude is negligible. However, if we consider the bending and torsional moments, we find that much larger discrepancies will result from neglecting Poisson's ratio. For instance, on adopting $\mu = 0$ instead of $\mu = 0{,}15$, we obtain an error of 15% (and not on the safe side) at the centre of a square plate, where $\partial^2 w/\partial x^2 = \partial^2 w/\partial y^2$. The cause of this discrepancy is that Poisson's ratio affects the stress distribution in the statically indeterminate system. With increasing value of Poisson's ratio the plate becomes stiffer, as it were, the deflections decrease, and the moments increase. At the other points of the plate, i.e., away from the centre, the error is even substantially greater, but since the absolute values of the moments are lower at those points, it is not so dangerous. In the case of the torsional moments the error due to adopting $\mu = 0$ instead of $\mu = 0{,}15$ is 15% at all points. The shear forces are independent of Poisson's ratio.

Falls wir die Größe einer inneren Kraft für zwei Werte $\mu_1$ und $\mu_2$ kennen, können wir ihre Größe auch für eine andere Querdehnungszahl angenähert bestimmen. Setzen wir voraus, daß wir die Momente $(M_x)_1$ und $(M_x)_2$ kennen, die $\mu_1$ und $\mu_2$ entsprechen, und wir suchen das Moment $(M_x)_3$, welches $\mu_3$ entspricht. Wir haben drei Gleichungen

If the magnitude of an internal force is known for two values ($\mu_1$ and $\mu_2$) of Poisson's ratio, then its magnitude can also be approximately determined for another value of Poisson's ratio. Suppose that we know the moments $(M_x)_1$ and $(M_x)_2$ which correspond to $\mu_1$ and $\mu_2$. We wish to determine the moment $(M_x)_3$ corresponding to $\mu_3$. We have three equations:

$$(M_x)_3 = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_3 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right), \tag{1.69}$$

$$(M_x)_1 = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right), \tag{1.70}$$

$$(M_x)_2 = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right). \tag{1.71}$$

Durch Verbindung dieser Gleichungen bekommen wir

By combining these equations we obtain:

$$(M_x)_3 = \frac{(\mu_2 - \mu_3)(M_x)_1 - (\mu_1 - \mu_3)(M_x)_2}{\mu_2 - \mu_1}. \tag{1.72}$$

Analog bekommen wir

Similarly we obtain:

$$(M_y)_3 = \frac{(\mu_2 - \mu_3)(M_y)_1 - (\mu_1 - \mu_3)(M_y)_2}{\mu_2 - \mu_1}, \tag{1.73}$$

$$(R_x)_3 = \frac{(\mu_2 - \mu_3)(R_x)_1 - (\mu_1 - \mu_3)(R_x)_2}{\mu_2 - \mu_1}, \tag{1.74}$$

$$(R_y)_3 = \frac{(\mu_2 - \mu_3)(R_y)_1 - (\mu_1 - \mu_3)(R_y)_2}{\mu_2 - \mu_1}. \tag{1.75}$$

Falls wir die Durchbiegung $w_1$ einer Platte mit der Querdehnungszahl $\mu_1$ kennen, dann ist die Durchbiegung $w_2$ einer Platte mit der Querdehnungszahl $\mu_2$

If the deflection $w_1$ of a plate with Poisson's ratio $\mu_1$ is known, then the deflection $w_2$ of a plate with Poisson's ratio $\mu_2$ is:

$$w_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{1 - \mu_1^2} w_1; \tag{1.76}$$

ähnlich

similarly:

$$(M_{xy})_2 = \frac{1 - \mu_2}{1 - \mu_1} (M_{xy})_1 \tag{1.77}$$

und

and

$$(R_0)_2 = \frac{1 - \mu_2}{1 - \mu_1} (R_0)_1. \tag{1.78}$$

Die Querkräfte sind von $\mu$ unabhängig, so daß

The shear forces are independent of $\mu$, so that:

$$(T_x)_2 = (T_x)_1, \quad (T_y)_2 = (T_y)_1. \tag{1.79}$$

Falls wir in einem bestimmten Punkte die Biegungsmomente in beiden Richtungen für $\mu = 0$ kennen (wenn wir sie für die Werte der zweiten Ableitungen der Durchbiegungsfläche halten), dann ist es einfacher, die Momente für $\mu_1$ (ohne die Einschränkung durch die Randbedingungen) aus den Gleichungen

If, at a certain point, the bending moments in both directions are known for $\mu = 0$ (assuming them to be the values of the second derivatives of the deflected surface), then it is simpler to determine the moments for $\mu_1$ (without restriction by the boundary conditions) from the equations:

$$(M_x)_1 = (M_x)_0 + \mu_1 (M_y)_0$$

und / and (1.80)

$$(M_y)_1 = \mu_1 (M_x)_0 + (M_y)_0.$$

zu ermitteln. Umgekehrt, wenn wir die Werte für $\mu_1$ kennen und wir die entsprechenden Werte für $\mu_0$ bestimmen wollen, ergeben sich die Beziehungen

Conversely, if the values for $\mu_1$ are known and we wish to determine the corresponding values for $\mu_0$, we have the following relationships:

$$(M_x)_0 = \frac{(M_x)_1 - \mu_1 (M_y)_1}{1 - \mu_1^2}$$

und / and (1.81)

$$(M_y)_0 = \frac{(M_y)_1 - \mu_1 (M_x)_1}{1 - \mu_1^2}$$



Schließlich erfolgt die Bestimmung der Werte $(M_x)_2$ und $(M_y)_2$ für $\mu_2$ im gegebenen Punkte mit Hilfe von $(M_x)_1$ und $(M_y)_1$ für $\mu_1$ in diesem Punkte nach den Gleichungen

Finally the determination of the values $(M_x)_2$ and $(M_y)_2$ for $\mu_2$ at the given point with the aid of $(M_x)_1$ and $(M_y)_1$ for $\mu_1$ at that point is possible by means of the equations:

$$(M_x)_2 = \frac{1}{1 - \mu_1^2} [(1 - \mu_1\mu_2)(M_x)_1 + (\mu_2 - \mu_1)(M_y)_1]$$

und / and (1.82)

$$(M_y)_2 = \frac{1}{1 - \mu_1^2} [(\mu_2 - \mu_1)(M_x)_1 + (1 - \mu_1\mu_2)(M_y)_1].$$

Ähnlich gilt für die Stützkräfte längs der frei gelagerten Ränder

Similarly we have for the bearing reactions along the freely supported edges:

$$\begin{aligned} (R_x)_1 &= (R_x)_0 - \mu_1[(R_x)_0 - (T_x)_0], \\ (R_y)_1 &= (R_y)_0 - \mu_1[(R_y)_0 - (T_y)_0] \end{aligned} \tag{1.83}$$

und umgekehrt / and conversely:

$$\begin{aligned} (R_x)_0 &= \frac{(R_x)_1 - \mu_1(T_x)_0}{1 - \mu_1}, \\ (R_y)_0 &= \frac{(R_y)_1 - \mu_1(T_y)_0}{1 - \mu_1}, \end{aligned} \tag{1.84}$$

denn / since $(T_x)_0 = (T_x)_1 = (T_x)_n$, $(T_y)_0 = (T_y)_1 = (T_y)_n$;

und schließlich / and finally:

$$\begin{aligned} (R_x)_2 &= \frac{1}{1 - \mu_1} [(1 - \mu_2)(R_x)_1 + (\mu_2 - \mu_1)(T_x)_0], \\ (R_y)_2 &= \frac{1}{1 - \mu_1} [(1 - \mu_2)(R_y)_1 + (\mu_2 - \mu_1)(T_y)_0]. \end{aligned} \tag{1.85}$$

Die Stützkräfte an den starr eingespannten Rändern sind den Querkräften gleich, d. h.

The bearing reactions at the rigidly restrained edges are equal to the shear forces, i.e.:

$$R_{xe} = T_{xe}$$

und / and (1.86)

$$R_{ye} = T_{ye},$$

und da die Querkräfte von $\mu$ unabhängig sind, sind in diesem Falle auch die Stützkräfte von $\mu$ unabhängig.

In den weiter angegebenen Tabellen sind die Beiwerte für die Berechnung der Durchbiegung, der Biegungs- und Torsionsmomente, der Querkräfte und der Stützkräfte der am Rande gelagerten Platten für verschiedene $\mu$ mit Hilfe der Methode der einfachen Reihenentwicklung und der Maschennetzmethode ermittelt worden unter der Voraussetzung, daß die Plattenecken gegen Abheben gesichert sind.

and since the shear forces are independent of $\mu$, the reactions are in this case also independent of $\mu$.

In the following tables the coefficients for calculating the deflection, the bending and torsional moments, the shear forces and the bearing reactions for edge-supported plates with different values of Poisson's ratio $\mu$ have been determined with the method based on expansion into single series and the network method, on the assumption that the corners of the plate are prevented from lifting.