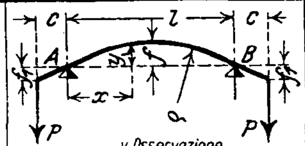
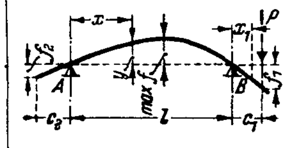
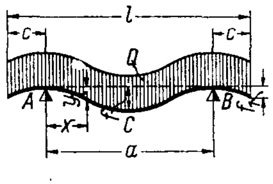
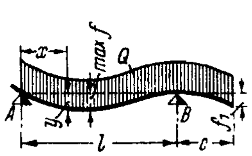
elastic line deflection



| Nr. | Schema di carico | Reazioni agli appoggi | Momenti flettenti | Equazione della linea elastica | Freccia | Osservazioni |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 |  v. Osservazione | $A = B = P.$ | da $A$ a $B$ compresi = per $\overline{AB}$:<br>$\max M = -Pc.$ | Per $\overline{AB}$:<br>$y = f - \left[\varrho - \sqrt{\varrho^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2}\right],$<br>in cui $\varrho = \frac{JE}{Pc}$ = raggio dell'arco di cerchio descritto della linea elastica tra $A$ e $B$ | $f = \frac{Pl^2c}{8EJ};$<br>$f_1 = \frac{Pc^2}{3EJ}\left(c + \frac{3l}{2}\right).$ | Sezione critica in $A$ e $B$ |
| 8 |  | $A = -\frac{Pc_1}{l};$<br>$B = P\frac{l+c_1}{l}.$ | $M_x = -P\frac{c_1 x}{l};$<br>$M_{x_1} = -P(c_1 - x_1);$<br>$M_B = -Pc_1.$ | $y = \frac{Pc_1 l^2}{6EJ}\left(\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3}\right).$ | Per $\overline{AB}$:<br>$\max f = \frac{Pl^2}{9EJ}\frac{c_1}{\sqrt{3}}$<br>per $x = 0{,}577\ l$;<br>$f_1 = \frac{Pc_1^2}{3EJ}(l + c_1);$<br>$f_2 = \frac{Pc_1c_2l}{6EJ}.$ | Sezione critica in $B$. |
| 9 |  | $A = B = \frac{Q}{2}.$ | Per $\overline{AB}$:<br>$M_x = \frac{Q}{2}\frac{ax - x^2 - c^2}{l}$<br>I punti di flesso sono in $x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - c^2}$<br>$M_A = M_B = -\frac{Qc^2}{2l}$<br>$M_C = \frac{Q}{8}(l - 4c)$<br>$M_A = M_B = M_C \approx \frac{Ql}{47}$<br>per $C = 0{,}207\ l$ | $y = \frac{Qx}{24\,l\,EJ}[a^3 - 6c^2(a - x) - x^2(2a - x)]$ | $f = \frac{5}{384\,EJ}\frac{Qa^4}{l}\left(1 - \frac{24}{5}\frac{c^2}{a^2}\right)$<br>$f_1 = \frac{Q}{24\,EJ}\cdot\frac{a^4}{l}\left(3\frac{c^4}{a^4} + 6\frac{c^3}{a^3} - \frac{c}{a}\right)$ | Sezione critica in $A$, $B$ e in $C$ (mezzeria della trave) |
| 10 |  | $A = \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{c}{l}\right)$<br>$B = \frac{Q}{2}\left(1 + \frac{c}{l}\right)$ | $M_x = \frac{Qx}{2}\left(\frac{l-c}{l} - \frac{x}{l+c}\right)$<br>$M_B = -\frac{Qc^2}{2(l+c)}$<br>$\max M = \frac{Q}{8l^2}(l+c)(l-c)^2$<br>per $x = \frac{l^2 - c^2}{2l}$<br>$M_B > \max M$, se $c > 0{,}4142\ l$ | Per $\overline{AB}$:<br>$y = \frac{Qx}{24\,l(l+c)EJ}[x^3 l - 2x^2(l^2 - c^2) - 2c^2 l^2 + l^4].$ | $f_1 = \frac{Qc}{24(l+c)EJ}(3c^3 + 4c^2 l - l^3)$ | Sezione critica per $x = \frac{l^2 - c^2}{2l}$ e in $B$. |
| | | | | Per $\overline{AB}$: $\max f = k\cdot\frac{Ql^3}{J}$ *), in | | |

| $c =$ | $k$ *) | $c =$ | $k$ *) |
|---|---|---|---|
| $0\ l$ | 6,200 | $0{,}3\ l$ | 3,746 |
| $0{,}1\ l$ | 5,502 | $0{,}4\ l$ | 2,750 |
| $0{,}2\ l$ | 4,672 | $0{,}5\ l$ | 1,719 |

*) Valori intermedi per interpolazione. Per acciai da costruzione con $E = 2\,100\,000$ kg/cm²: $\max f = k\frac{Ql^3}{J}$ in cm, con $Q$ in t, $l$ in m, $J$ in cm⁴.

**Nota allo Schema 7.** Le stesse formule valgono se $A$ e $B$ divengono i punti di carico e gli estremi divengono i punti di appoggio. La freccia complessiva in mezzeria diviene allora $f + f_1 = \frac{Pc}{24EJ}[3(l+2c)^2 - 4c^2]$; cfr. anche *Hütte, 28ª edizione, Vol. I, pag. 875, Par. 7.*