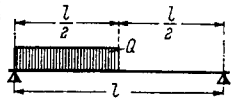
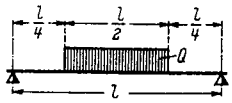
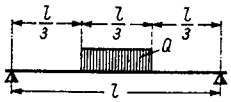
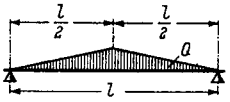
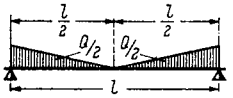
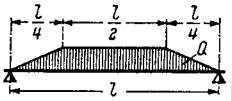
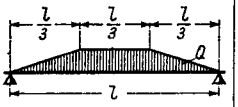
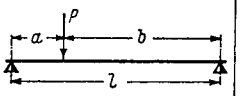
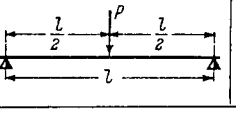
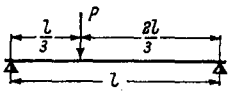
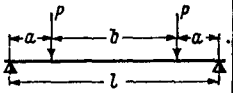
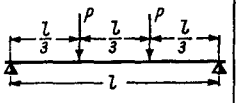
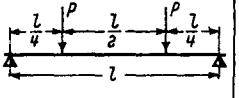
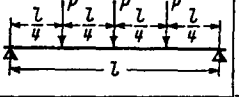
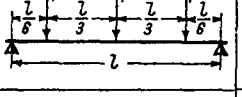
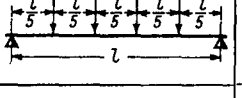
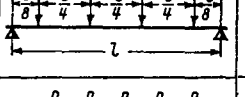
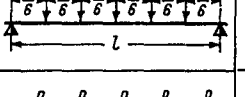
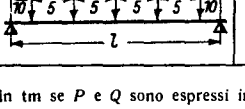
7. 3. 1. 2. 2. Momenti massimi in travi continue sec. DIN 1050 par. 5.331.

Nr.	Schema di carico *)	Campata estrema max M =	Campata estrema max M =	Campata intermedia max M =
1		0,1171 $Q \cdot l$	0,0897 $Q \cdot l$	0,0728 $Q \cdot l$
2		0,1386 $Q \cdot l$	0,1386 $Q \cdot l$	0,10160 $Q \cdot l$
3		0,1561 $Q \cdot l$	0,1561 $Q \cdot l$	0,1181 $Q \cdot l$
4		0,0850 $Q \cdot l$	0,1008 $Q \cdot l$	0,0641 $Q \cdot l$
5		0,1221 $Q \cdot l$	0,1221 $Q \cdot l$	0,0885 $Q \cdot l$
6		0,0615 $Q \cdot l$	0,0615 $Q \cdot l$	0,0365 $Q \cdot l$
7		0,1112 $Q \cdot l$	0,1112 $Q \cdot l$	0,0786 $Q \cdot l$
8		0,1167 $Q \cdot l$	0,1167 $Q \cdot l$	0,0833 $Q \cdot l$
9		$\frac{P \cdot a \cdot b}{l^3}(l^2 - 0{,}3\,a \cdot l - 0{,}3\,a^2)$	$\frac{P \cdot a \cdot b}{l^3}(l^2 - 0{,}3\,ab - 0{,}6\,b^2)$	$\frac{P \cdot a \cdot b}{l^3}(l^2 - 0{,}75\,b^2 - 0{,}75\,a^2)$
10		0,1938 $P \cdot l$	0,1938 $P \cdot l$	0,1563 $P \cdot l$

M in tm se P e Q sono espressi in t ed l, a, b in m

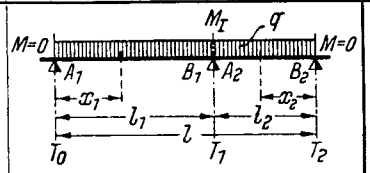
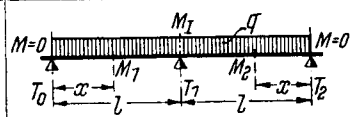
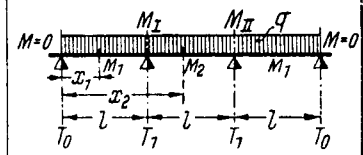
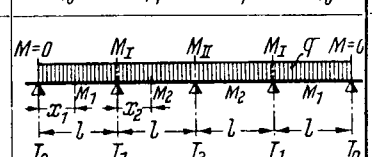
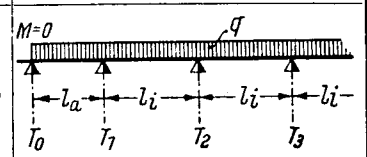
*) Momenti massimi per carico uniformemente ripartito:
per campate estreme = 0,0909 $Q\,l$, per campate intermedie = 0,0625 $Q\,l$.

Continuazione: **Momenti massimi in travi continue sec. DIN 1050 par. 5.331**

Nr.	Schema di carico	Campata estrema		Campata intermedia
		max M =	max M =	max M =
11		0,1926 $P \cdot l$	0,1481 $P \cdot l$	0,1296 $P \cdot l$
12		$\frac{P \cdot a}{l^2}(l^2 - 0{,}9\,al + 0{,}9\,a^2)$	$\frac{P \cdot a}{l^2}(l \cdot - 0{,}9\,al + 0{,}9\,a^2)$	$\frac{P \cdot a}{4\,l}(l + 3\,a)$
13		0,2667 $P \cdot l$	0,2667 $P \cdot l$	0,1667 $P \cdot l$
14		0,2078 $P \cdot l$	0,2078 $P \cdot l$	0,1094 $P \cdot l$
15		0,3594 $P \cdot l$	0,3594 $P \cdot l$	0,2656 $P \cdot l$
16		0,2979 $P \cdot l$	0,2979 $P \cdot l$	0,2188 $P \cdot l$
17		0,4560 $P \cdot l$	0,4560 $P \cdot l$	0,3000 $P \cdot l$
18		0,3840 $P \cdot l$	0,3840 $P \cdot l$	0,2422 $P \cdot l$
19		0,5313 $P \cdot l$	0,5313 $P \cdot l$	0,3854 $P \cdot l$
20		0,4588 $P \cdot l$	0,4588 $P \cdot l$	0,3313 $P \cdot l$

M in tm se P e Q sono espressi in t ed l, a, b in m.

10. 2. 2. 2. 6. Per carico uniformemente distribuito

Nr.	Schema di carico	Reazione agli appoggi	Momenti flettenti	Linea elastica, freccia	Osservazioni
1		$T_0 = A_1 + \frac{M_I}{l_1}$; $T_1 = B_1 + A_2 - M_I\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)$; $T_2 = B_2 + \frac{M_I}{l_2}$.	Momento all'appoggio: $M_I = -\frac{q}{8}\frac{l_1^3+l_2^3}{l_1+l_2}$. Momenti in campata: $+\max M$ in $l_1 = \frac{T_0^2}{2q}$; in $l_2 = \frac{T_2^2}{2q}$.	$y_1 = \frac{q\,x_1}{48\,EJ}\left[2\,x_1^3 - \frac{x_1^3}{l_1}(l_1^2+3ll_1-l^2) - l_1(l_1^2-3ll_1+l^2)\right]$; $f_1 M = \frac{q\,l_1^4}{384\,EJ}[9\,l\,l_1 - 3\,l^2 - 4\,l_1^2]$ (in mezzeria); $y_2 = \frac{q\,x_2}{48\,EJ}\left[2\,x_2^3 - \frac{x_2^3}{l_2}(l_2^2+3\,ll_2-l_2) - l_2(l_2^2-3\,ll_2+l^2)\right]$; $f_2 M = \frac{q\,l_2^4}{384\,EJ}[9\,l\,l_2 - 3\,l^2 - 4\,l_2^2]$ (in mezzeria).	Momento max M in campata alla distanza $\frac{T_0}{q}$ da T_0 e $\frac{T_2}{q}$ da T_2 $\max M_1 = \max M_2$
2		$T_0 = \frac{3}{8}\,q\,l$; $T_1 = \frac{10}{8}\,q\,l$.	Momento all'appoggio: $M_I = -\,q\,\frac{l^2}{8}$. Momenti in campata: $\max M_1(_2) = +\frac{9}{128}\,q\,l^2$.	$y = \frac{q\,l^4}{48\,EJ}\left[\frac{x}{l} - 3\,\frac{x^3}{l^3} + 2\,\frac{x^4}{l^4}\right]$; $\max f \approx 0{,}00542\,\frac{q\,l^4}{EJ}$ $[k = 2{,}58]$*) per $x = 0{,}421\,l$ da T_0 opp. T_1	$\max M_1 = \max M_2$ alla distanza $0{,}375\,l$ da T_0 opp. T_1.
3		$T_0 = \frac{4}{10}\,q\,l$; $T_1 = \frac{11}{10}\,q\,l$.	Momenti agli appoggi: $M_I = M_{II} = -\frac{q\,l^2}{10}$. Momenti in campata: $\max M_1 = +\frac{2}{25}\,q\,l^2$; $\max M_2 = +\frac{1}{40}\,q\,l^2$.	$y_1 = \frac{q\,l^4}{120\,EJ}\left[3\,\frac{x_1}{l} - 8\,\frac{x_1^3}{l^3} + 5\,\frac{x_1^4}{l^4}\right]$; $y_1 \max \approx 3{,}28\,\frac{q\,l^4}{J}$ [1]) bei $x_1 = 0{,}446\,l$ $y_2 = \frac{q\,l^4}{120\,EJ}\left[5\,\frac{x_2^4}{l^4} - 30\,\frac{x_2^3}{l^3} + 66\,\frac{x_2^2}{l^2} - 63\,\frac{x_2}{l} + 22\right]$; $y_3 \max = \frac{q\,l^4}{1920\,EJ}$ $[k = 0{,}248]$*) in mezzeria.	$\max M$ alla distanza $0{,}4\,l$ da T_0.
4		$T_0 = 0{,}3929\,q\,l$ $T_1 = 1{,}1428\,q\,l$ $T_2 = 0{,}9286\,q\,l$.	Momenti agli appoggi: $M_I = -0{,}1071\,q\,l^2$ $M_{II} = -0{,}0714\,q\,l^2$ Momenti in campata: $\max M_1 = +0{,}0772\,q\,l^2$ $\max M_2 = +0{,}0364\,q\,l^2$	$y_1 = \frac{q\,l^4}{168\,EJ}\left[4\,\frac{x_1}{l} - 11\,\frac{x_1^3}{l^3} + 7\,\frac{x_1^4}{l^4}\right]$; $y_1 M = 3{,}01\,\frac{q\,l^4}{J}$ (in mezzeria) [1]). $y_2 = \frac{q\,l^4}{168\,EJ}\left[7\,\frac{x_2^4}{l^4} - 15\,\frac{x_2^3}{l^3} + 9\,\frac{x_2^2}{l^2} - \frac{x_2}{l}\right]$; $y_2 M = 0{,}886\,\frac{q\,l^4}{J}$ (in mezzeria) [1]);	$\max M_1$ alla distanza $\frac{T_0}{q}$ da T_0 $\max M_2$ alla distanza $\frac{T_0+T_1}{q} - l$.
5					

Frecce in mezzeria delle campate [1]) [2]):

Nelle campate estreme: $f_M \approx 1{,}24\,\frac{q\,l_a^2}{J}(5\,l_a^2 - \alpha)$;

3 appoggi: $\alpha = 3\,\frac{l_a^3+l_i^3}{l_a+l_i}$ (Campata 1)

4 appoggi: $\alpha = 6\,\frac{l_a^3+l_i^3}{2\,l_a+3\,l_i}$

5 appoggi: $\alpha = 6\,\frac{2\,l_a^3+l_i^3}{4\,l_a+3\,l_i}$

6 appoggi: $\alpha = 6\,\frac{5\,l_a^3+3\,l_i^3}{10\,l_a+9\,l_i}$.

Nelle campate intermedie: $f_M \approx 1{,}24\,\frac{q\,l_i^2}{J}(5\,l_i^2 - \beta)$;

3 appoggi: $\beta = 3\,\frac{l_a^3+l_i^3}{l_a+l_i}$ (Campata 2)

4 appoggi: $\beta = 12\,\frac{l_a^3+l_i^3}{2\,l_a+3\,l_i}$

5 appoggi: $\beta = 6\,\frac{l_a^3+2\,l_a l_i^2+2\,l_i^3}{4\,l_a+3\,l_i}$

6 appoggi: $\beta = 12\,\frac{2\,l_a^3+2\,l_a\,l_i^2+3\,l_i^3}{10\,l_a+9\,l_i}$ (per campate 2 e 4)

$\beta = 12\,\frac{3\,l_i^3+4\,l_a\,l_i^2-l_a^3}{10\,l_a+9\,l_i}$ (per campata 3)

[1]) Per acciaio da costruzioni con $E = 2100$ t/cm²: f in cm, q in t/m, l in m, J in cm⁴.

*) Per acciaio da costruzioni con $E = 2100$ t/cm²; $f = k\,\frac{Q\,l^3}{J}$ con f in cm, Q in t, l in m e J in cm⁴.

[2]) Tabella per il calcolo della freccia di travi continue su $3 \div 7$ appoggi, *v. Par. 10. 2. 2. 2. 7.*

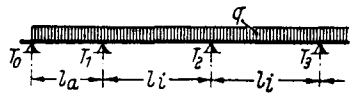
10. 2. 2. 2. 7. Freccia di travi continue con carico uniformemente ripartito

(E = 2100 t/cm²)

Freccia in mezzeria:

$$f_M = k \frac{q l_i^4}{J}$$

(f_M in cm, se q in t/m, l in m e J in cm⁴).



Esempio:

I 260 su 3 campate, l_a = 6,20 m, = l_i = 6,40 m, q = 1,6 t/m. J_x = 5740 cm⁴, l_a/l_i = 0,97
f_M (campata estrema) = 2,78 · 1,6 · 1678 : 5740 = 1,30 cm,
f_M (campata intermedia) = 0,439 · 1,6 · 1678 : 5740 = 0,21 cm.

Reazioni agli appoggi, momenti flettenti, linee elastiche, frecce di travi continue, *v. Par. precedente*. Calcolo della freccia di travi continue parzialmente incastrate, *v. Par. 10.2.2.1.7.7.*

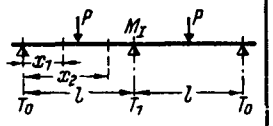
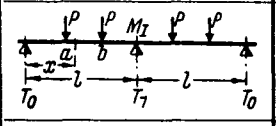
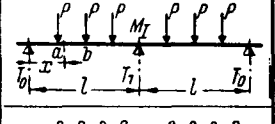
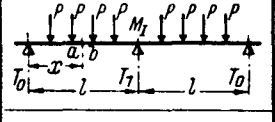
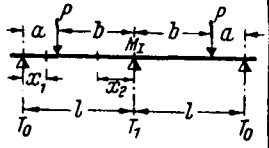
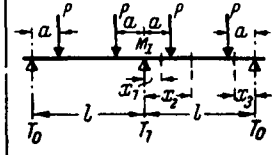
Valori di k per il calcolo della freccia in mezzeria

delle campate estreme						delle campate intermedie con la freccia max					
$\frac{l_a}{l_i}$	numero delle campate					$\frac{l_a}{l_i}$	numero delle campate				
	2*)	3	4	5	6		2**)	3	4	5	6
0,80	0,540	0,974	0,985	0,982	0,983	0,80	3,08	1,31	1,27	1,28	1,27
0,81	0,604	1,05	1,06	1,05	1,05	0,81	3,05	1,27	1,25	1,25	1,25
0,82	0,671	1,13	1,13	1,13	1,13	0,82	3,03	1,22	1,23	1,24	1,24
0,83	0,741	1,21	1,20	1,21	1,21	0,83	3,01	1,18	1,22	1,26	1,25
0,84	0,815	1,30	1,28	1,29	1,29	0,84	2,98	1,14	1,20	1,27	1,25
0,85	0,891	1,39	1,36	1,37	1,37	0,85	2,95	1,09	1,18	1,28	1,25
0,86	0,971	1,48	1,45	1,46	1,46	0,86	2,93	1,04	1,17	1,29	1,26
0,87	1,05	1,58	1,54	1,55	1,55	0,87	2,90	0,994	1,15	1,31	1,26
0,88	1,14	1,68	1,63	1,64	1,64	0,88	2,87	0,944	1,13	1,32	1,27
0,89	1,23	1,79	1,73	1,74	1,74	0,89	2,84	0,892	1,11	1,33	1,27
0,90	1,33	1,90	1,82	1,84	1,84	0,90	2,81	0,840	1,09	1,35	1,28
0,91	1,42	2,01	1,93	1,95	1,94	0,91	2,78	0,786	1,08	1,36	1,28
0,92	1,52	2,13	2,03	2,06	2,05	0,92	2,75	0,732	1,06	1,38	1,29
0,93	1,63	2,25	2,14	2,17	2,16	0,93	2,72	0,676	1,04	1,39	1,29
0,94	1,74	2,37	2,25	2,28	2,28	0,94	2,69	0,618	1,02	1,40	1,30
0,95	1,85	2,50	2,37	2,40	2,40	0,95	2,66	0,560	0,995	1,42	1,31
0,96	1,97	2,64	2,49	2,53	2,52	0,96	2,62	0,498	0,973	1,44	1,31
0,97	2,09	2,78	2,61	2,66	2,65	0,97	2,59	0,439	0,952	1,45	1,32
0,98	2,22	2,92	2,74	2,79	2,78	0,98	2,55	0,376	0,930	1,47	1,32
0,99	2,35	3,07	2,87	2,93	2,91	0,99	2,52	0,313	0,908	1,48	1,33
1,00	2,48	3,22	3,01	3,07	3,05	1,00	2,48	0,248	0,885	1,50	1,34

*) Valori di k per la minore delle due campate; **) Valori di k per la maggiore delle due campate.

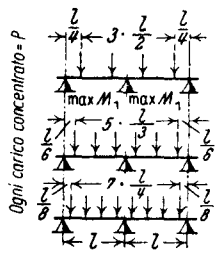
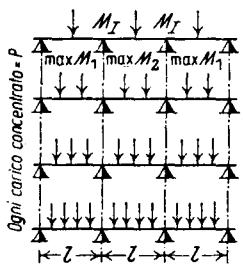
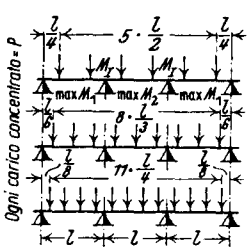
l_i^4 per l_i =											
	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m		5 m	6 m	7 m	8 m	9 m
0,00	625,0	1 296	2 401	4 096	6 561	0,50	915,1	1 785	3 164	5 220	8 145
0,02	635,1	1 313	2 429	4 137	6 620	0,52	928,4	1 807	3 198	5 269	8 214
0,04	645,2	1 331	2 456	4 179	6 678	0,54	942,0	1 829	3 232	5 319	8 283
0,06	655,5	1 349	2 484	4 220	6 738	0,56	955,7	1 852	3 267	5 369	8 353
0,08	666,0	1 367	2 513	4 262	6 797	0,58	969,5	1 875	3 301	5 419	8 423
0,10	676,5	1 385	2 541	4 305	6 857	0,60	983,4	1 897	3 336	5 470	8 493
0,12	687,2	1 403	2 570	4 347	6 918	0,62	997,6	1 921	3 371	5 521	8 564
0,14	698,0	1 421	2 599	4 390	6 979	0,64	1 012	1 944	3 407	5 573	8 636
0,16	708,9	1 440	2 628	4 434	7 040	0,66	1 026	1 967	3 443	5 624	8 708
0,18	720,0	1 459	2 658	4 477	7 102	0,68	1 041	1 991	3 479	5 676	8 780
0,20	731,2	1 478	2 687	4 521	7 164	0,70	1 056	2 015	3 515	5 729	8 853
0,22	742,5	1 497	2 717	4 565	7 226	0,72	1 070	2 039	3 552	5 782	8 926
0,24	753,9	1 516	2 748	4 610	7 289	0,74	1 086	2 064	3 589	5 835	9 000
0,26	765,5	1 536	2 778	4 655	7 353	0,76	1 101	2 088	3 626	5 889	9 074
0,28	777,2	1 555	2 809	4 700	7 416	0,78	1 116	2 113	3 664	5 943	9 149
0,30	789,0	1 575	2 840	4 746	7 481	0,80	1 132	2 138	3 702	5 997	9 224
0,32	801,0	1 595	2 871	4 792	7 545	0,82	1 147	2 163	3 740	6 052	9 299
0,34	813,1	1 616	2 903	4 838	7 610	0,84	1 163	2 189	3 778	6 107	9 375
0,36	825,4	1 636	2 934	4 885	7 675	0,86	1 179	2 215	3 817	6 162	9 452
0,38	837,8	1 657	2 966	4 931	7 741	0,88	1 195	2 241	3 856	6 218	9 529
0,40	850,3	1 678	2 999	4 979	7 807	0,90	1 212	2 267	3 895	6 274	9 606
0,42	863,0	1 699	3 031	5 026	7 874	0,92	1 228	2 293	3 935	6 331	9 684
0,44	875,8	1 720	3 064	5 074	7 941	0,94	1 245	2 320	3 974	6 388	9 762
0,46	888,7	1 742	3 097	5 122	8 009	0,96	1 262	2 347	4 015	6 445	9 841
0,48	901,8	1 763	3 130	5 171	8 077	0,98	1 279	2 374	4 055	6 503	9 920
0,50	915,1	1 785	3 164	5 220	8 145	1,00	1 296	2 401	4 096	6 561	10 000

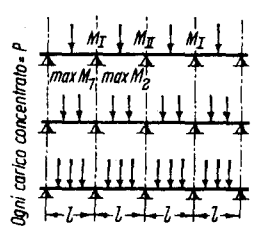
10. 2. 2. 2. 8. Per campate uguali e carichi concentrati simmetrici gleiche Feldweiten

Nr.	Schema di carico	Reazioni agli appoggi	Momenti flettenti	Linea elastica, freccia	Osservazioni
1		$T_0 = \frac{5}{16} P = 0{,}3125 P$; $T_1 = \frac{11}{8} P = 1{,}375 P$	Momento all'appoggio: $M_I = -\frac{3}{16} P l = -0.1875 P l$. Momento in campata: $\max M = \frac{5}{32} P l \approx 0{,}1562 P l$.	$y_1 = \frac{P x_1}{96 EJ} [3 l^2 - 5 x_1^2]$; $y_{1\max} = \frac{P l^2}{48 EJ} \sqrt{\frac{1}{5}}$, $[k = 4{,}43]$ *) per $x_1 \approx 0{,}447 l$. $y_2 = \frac{P l^3}{96 EJ} \left[11 \frac{x^3}{l^3} - 24 \frac{x^2}{l^2} + 15 \frac{x}{l} - 2\right]$.	Momento massimo a metà campata
2		$T_0 = \frac{2}{3} P \approx 0{,}6667 P$; $T_1 = \frac{8}{3} P \approx 2{,}667 P$	Momento all'appoggio: $M_I = -\frac{1}{3} P l \approx -0.333 P l$. Momento in campata: $\max M = \frac{2}{9} P l \approx 0{,}222 P l$.	$y = \frac{P l^3}{162 EJ} \left[9 \frac{x^3}{l^3} - 27 \frac{x^2}{l^2} + 18 \frac{x}{l} - 1\right]$ nel tratto $a-b$. $y_{\max} \approx 0{,}0152 \frac{P l^3}{EJ}$; $[k = 7{,}24]$ *) per $x \approx 0{,}423 l$.	Momento massimo sotto P a $l/3$ da T_0
3		$T_0 = \frac{33}{32} P \approx 1{,}031 P$; $T_1 = \frac{63}{16} P \approx 3{,}938 P$.	Momento all'appoggio: $M_I = -\frac{15}{32} P l \approx -0{,}4688 P l$. Momento in campata $\max M = \frac{17}{64} P l \approx 0{,}2656 P l$.	$y = \frac{P l^3}{384 EJ} \left[42 \frac{x}{l} - 48 \frac{x^3}{l^3} - 2 \frac{x^5}{l^5}\right]$ nel tratto $a-b$. $y_{\max} = 0{,}02087 \frac{P l^3}{EJ}$, $[k = 9{,}94]$ *) per $x \approx 0{,}426 l$.	Momento massimo sotto P a metà campata
4		$T_0 = \frac{7}{5} P = 1{,}4 P$; $T_1 = \frac{26}{5} P = 5{,}2 P$.	Momento all'appoggio: $M_I = -\frac{3}{5} P l = -0{,}6 P l$. Momento in campata: $\max M = \frac{9}{25} P l = 0{,}36 P l$.	$y = \frac{P}{250 EJ} [25 x (l-x)^3 + 25 x l (l-x) - 3 l^3]$ nel tratto $a-b$. $y_{\max} = 0{,}02649 \frac{P l^3}{EJ}$, $[k = 12{,}6]$ *) per $x \approx 0{,}423 l$.	Momento massimo sotto P a $^5/_8 l$ da T_0
5		$T_0 = \frac{P b^2}{2 l^3} (3 l - b)$; $T_1 = \frac{P a}{l^3} (3 l^2 - a^2)$.	Momento all'appoggio: $M_I = -\frac{P a}{2 l^3} (l^2 - a^2)$. Momento in campata: $\max M = \frac{P a b^2}{2 l^3} (3 l - b)$.	$y_1 = \frac{P x_1 (l-a)^2}{12 l^3 EJ} [3 a l^2 - x_1^2 (2 l + a)]$; $y_{1\max} = \frac{P a b^2}{6 EJ} \sqrt{\frac{a}{2 l + a}}$, se $a \leq 0{,}414 l$; $y_2 = \frac{P a x_2^2}{12 EJ l^3} [3 l (l^2 - a^2) - x_2 (3 l^2 - a^2)]$; $y_{2\max} = \frac{P a}{3 EJ} \frac{(l^2 - a^2)^2}{(3 l^2 - a^2)^2}$, se $a \geq 0{,}414 l$.	Momento massimo sotto P
6		$T_0 = \frac{P}{2 l^3} (2 l^3 - 3 a l + 3 a^2)$; $T_1 = \frac{P}{l^3} (2 l^3 + 3 a l - 3 a^2)$.	Momento all'appoggio: $M_I = -\frac{3}{2} \frac{P a}{l} (l - a)$. Momento in campata: $\max M = \frac{P a}{2 l^3} (2 l^2 - 3 a l + 3 a^2)$.	$y_1 = \frac{P x_1^2}{12 l^3 EJ} [9 a l (l-a) - x_1 (2 l^2 + 3 a l - 3 a^2)]$; $y^2 = \frac{P a}{12 l^3 EJ} [3 l x_2^2 (l - 3 a) - 3 x_2^3 (l - a) + 2 a l^2 (3 x_2 - a)]$; $y_{2\max} = \frac{P a}{54 (l-a)^2 EJ} [l^2 (l^2 - 9 a^2) - 9 a^2 (l-a)^2 + l \sqrt{(l^2 + 3 a^2)^3}]$, se $a \approx \leq 0{,}442 l$; $y_3 = \frac{P x_3}{12 l^3 EJ} [3 a l^2 (l-a) - x_3^2 (2 l^2 - 3 a l + 3 a^2)]$; $y_{3\max} = \frac{P l}{6 EJ} \sqrt{\frac{a^3 (l-a)^3}{2 l^3 - 3 a (l-a)}}$, se $a \approx \geq 0{,}442 l$.	Momento massimo sotto P ad a da T_0

*) Per acciaio da costruzioni con $E = 2100$ t/cm²: $y_{\max} = k \frac{P l^3}{J}$ in cm, con P in t, l in m e J in cm⁴.

Continuazione: **Per campate uguali e carichi concentrati simmetrici**

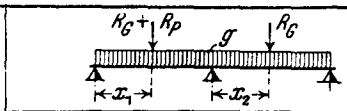
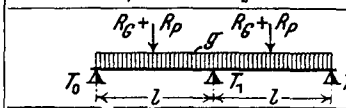
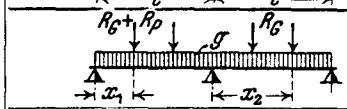
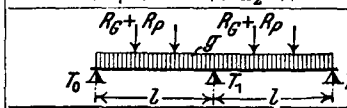
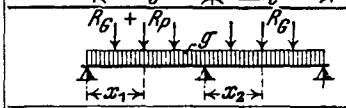
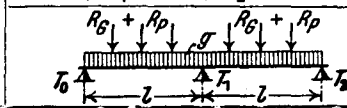
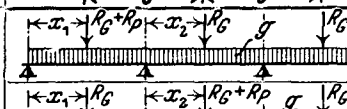
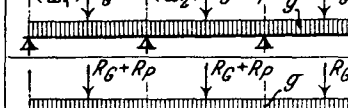
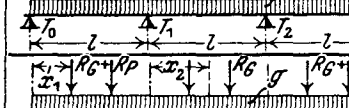
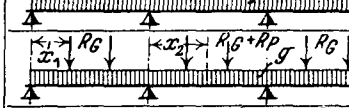
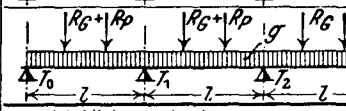
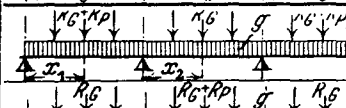
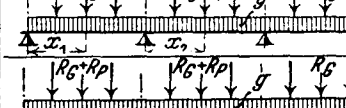
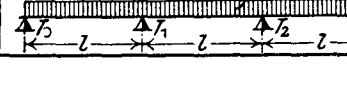
Schema di carico	Momenti flettenti			Reazioni agli appoggi		$\max M_1$ alla distanza da T_0 di:
	$\max M_1 =$	$\max M_2 =$	$M_I =$	$T_0 =$	$T_1 =$	
 Ogni carico concentrato = P				Appoggi estremi	Appoggi intermedi	
	0,180 Pl	—	— 0,281 Pl	0,719 P	2,563 P	$\frac{l}{4} = 0{,}25\,l$
	0,219 Pl	—	— 0,396 Pl	1,104 P	3,792 P	$\frac{l}{2} = 0{,}5\,l$
	0,307 Pl	—	— 0,516 Pl	1,484 P	5,031 P	$\frac{3}{8}\,l = 0{,}375\,l$
 Ogni carico concentrato = P						
	0,175 Pl	0,100 Pl	— 0,150 Pl	0,350 P	1,150 P	$\frac{l}{2} = 0{,}5\,l$
	0,245 Pl	0,067 Pl	— 0,267 Pl	0,734 P	2,270 P	$\frac{l}{3} \approx 0{,}333\,l$
	0,313 Pl	0,125 Pl	— 0,375 Pl	1,125 P	3,375 P	$\frac{l}{2} = 0{,}5\,l$
	0,408 Pl	0,122 Pl	— 0,478 Pl	1,520 P	4,480 P	$\frac{2}{5}\,l = 0{,}4\,l$
 Ogni carico concentrato = P						
	0,194 Pl	0,025 Pl	— 0,225 Pl	0,775 P	2,225 P	$\frac{l}{4} = 0{,}25\,l$
	0,258 Pl	0,100 Pl	— 0,317 Pl	1,183 P	3,317 P	$\frac{l}{2} = 0{,}5\,l$
	0,345 Pl	0,088 Pl	— 0,413 Pl	1,588 P	4,413 P	$\frac{3}{8}\,l = 0{,}375\,l$

	Momenti flettenti				Reazioni agli appoggi			Sezioni critiche a:
	$\max M_1 =$	$\max M_2 =$	$M_I =$	$M_{II} =$	$T_0 =$	$T_1 =$	$T_2 =$	
 Ogni carico concentrato = P								
	0,170 Pl	0,116 Pl	—0,161 Pl	—0,107 Pl	0,339 P	1,214 P	0,893 P	$l/2$ da T_0 e da T_1
	0,238 Pl	0,111 Pl	—0,286 Pl	—0,190 Pl	0,714 P	2,381 P	1,810 P	$l/3$ da T_0 e $2/3\,l$ da T_1
	0,299 Pl	0,165 Pl	—0,402 Pl	—0,268 Pl	1,098 P	3,536 P	2,732 P	$l/2$ da T_0 e da T_1

10. 2. 2. 2. 9. Travi continue con campate uguali con carico statico uniformemente ripartito e carichi concentrati variabili

Momento flettente $M = a\,g\,l^2 + b\,R_G\,l + c\,R_P\,l$; Reazione T o sforzo di taglio $Q = d\,g\,l + e\,R_G + f\,R_P$

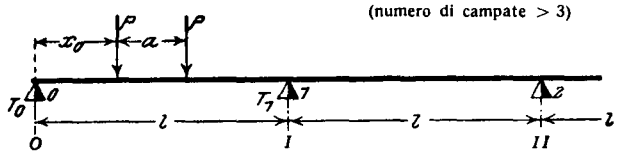
l = campata costante; g = peso della trave + carico uniformemente ripartito per m; R_G = Carico dovuto a una trave secondaria senza carico di esercizio; R_P = carico dovuto al carico di esercizio su una trave secondaria.

	Schema di carico	Valore	Valore dei coefficienti					
			a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
Trave continua su 3 appoggi		M_{x_1}	0,0625	0,1562	0,2031	—	—	—
		M_{x_2}	0,0625	0,1562	—0,0469	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,3750	0,3125	0,4062
		T_2	—	—	—	0,3750	0,3125	—0,0938
		M_{T_1}	—0,1250	—0,1875	—0,1875	—	—	—
		$Q_{T_1}(l)$	—	—	—	—0,6250	—0,6875	—0,6875
		$Q_{T_1}(r)$	—	—	—	0,6250	0,6875	0,6875
		$\max T_1$	—	—	—	1,2500	1,3750	1,3750
		M_{x_1}	0,0694	0,2222	0,2778	—	—	—
		M_{x_2}	0,0694	0,2222	—0,0556	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,3750	0,6667	0,8333
		T_2	—	—	—	0,3750	0,6667	—0,1667
		M_{T_1}	—0,1250	—0,3333	—0,3333	—	—	—
		$Q_{T_1}(l)$	—	—	—	—0,6250	—1,3333	—1,3333
		$Q_{T_1}(r)$	—	—	—	0,6250	1,3333	1,3333
		$\max T_1$	—	—	—	1,2500	2,6667	2,6667
		M_{x_1}	0,0625	0,2656	0,3828	—	—	—
		M_{x_2}	0,0625	0,2656	—0,1172	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,3750	1,0312	1,2656
		T_2	—	—	—	0,3750	1,0312	1,2656
		M_{T_1}	—0,1250	—0,4688	—0,4688	—	—	—
		$Q_{T_1}(l)$	—	—	—	—0,6250	—1,9688	—1,9688
		$Q_{T_1}(r)$	—	—	—	0,6250	1,9688	1,9688
		$\max T_1$	—	—	—	1,2500	3,9377	3,9377
Trave continua su 4 appoggi		M_{x_1}	0,0750	0,1750	0,2125	—	—	—
		M_{x_2}	0,0250	0,1000	—0,0750	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,4000	0,3500	0,4250
		M_{x_1}	0,0750	0,1750	—0,0375	—	—	—
		M_{x_2}	0,0250	0,1000	0,1750	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,4000	0,3500	—0,0750
		M_{T_1}	—0,1000	—0,1500	—0,1750	—	—	—
		$Q_{T_1}(l)$	—	—	—	—0,6000	—0,6500	—0,6750
		$Q_{T_1}(r)$	—	—	—	0,5000	0,5000	0,6250
		$\max T_1$	—	—	—	1,1000	1,1500	1,3000
		M_{x_1}	0,0778	0,2444	0,2889	—	—	—
		M_{x_1}	0,0250	0,0667	—0,1333	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,4000	0,7333	0,8667
		M_{x_1}	0,0778	0,2444	—0,0444	—	—	—
		M_{x_2}	0,0250	0,0667	0,2000	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,4000	0,7333	—0,1333
		M_{T_1}	—0,1000	—0,2667	—0,3111	—	—	—
		$Q_{T_1}(l)$	—	—	—	—0,6000	—1,2667	—1,3111
		$Q_{T_1}(r)$	—	—	—	0,5000	1,0000	1,2222
		$\max T_1$	—	—	—	1,1000	2,2667	2,5333
		M_{x_1}	0,0750	0,3125	0,4065	—	—	—
		M_{x_2}	0,0250	0,1250	—0,1875	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,4000	1,1250	1,3125
		M_{x_1}	0,0750	0,3125	—0,0938	—	—	—
		M_{x_2}	0,0250	0,1250	0,3125	—	—	—
		T_0	—	—	—	0,4000	1,1250	—0,1875
		M_{T_1}	—0,1000	—0,3750	—0,4375	—	—	—
		$Q_{T_1}(l)$	—	—	—	—0,6000	—1,8750	—1,9375
		$Q_{T_1}(r)$	—	—	—	0,5000	1,5000	1,8125
		$\max T_1$	—	—	—	1,1000	3,3750	3,7500

10. 2. 2. 2. 10. Momenti agli appoggi e in campata e reazioni agli appoggi di vie di corsa di gru [1])

per 2 carichi mobili concentrati P distanziati di a e per campate uguali l

(numero di campate > 3)



Estratto riordinato, da Bleich: Stahlhochbauten (1933) Vol. 2, *p. 712.*

Momenti agli appoggi e in campata massimi e reazioni massime per $\frac{a}{l} = 0 \div 1{,}00$

$\frac{a}{l}$	Momenti agli appoggi				Momenti in campata				Reazioni agli appoggi		$\frac{a}{l}$
	M_I		M_{II}		Prima campata		Seconda campata				
	x_0 misurata dall'appoggio 0		x_0 misurata dall'appoggio 1		x_0 misurata dall'appoggio 0		x_0 misurata dall'appoggio 1				
	$\frac{x_0}{l}$	M_I	$\frac{x_0}{l}$	M_{II}	$\frac{x_0}{l}$	$\max M_1 x_0$	$\frac{x_0}{l}$	$\max M_2 x_0$	T_0	T_1	
0	0,578	0,206 *Pl*	0,616	0,172 *Pl*	0,437	0,409 *Pl*	0,495	0,345 *Pl*	2,000 *P*	2,013 *P*	0
0,05	0,552	0,206 „	0,590	0,172 „	0,417	0,396 „	0,489	0,321 „	1,937 „	2,011 „	0,05
0,10	0,525	0,204 „	0,563	0,171 „	0,407	0,364 „	0,484	0,299 „	1,874 „	2,004 „	0,10
0,15	0,497	0,201 „	0,534	0,168 „	0,398	0,343 „	0,479	0,279 „	1,811 „	1,994 „	0,15
0,20	0,469	0,197 „	0,504	0,164 „	0,389	0,323 „	0,474	0,261 „	1,749 „	1,979 „	0,20
0,25	0,439	0,192 „	0,472	0,159 „	0,380	0,304 „	0,470	0,243 „	1,687 „	1,961 „	**0,25**
0,30	0,408	0,186 „	0,438	0,153 „	0,372	0,287 „	0,466	0,226 „	1,627 „	1,937 „	0,30
0,35	0,375	0,179 „	0,402	0,147 „	0,366	0,271 „	0,462	0,212 „	1,568 „	1,911 „	0,35
0,40	0,342	0,170 „	0,365	0,139 „	0,361	0,256 „	0,458	0,200 „	1,510 „	1,881 „	0,40
0,45	0,307	0,161 „	0,773	0,146 „	0,357	0,242 „	0,455	0,190 „	1,454 „	1,847 „	0,45
0,50	0,725	0,160 „	0,748	0,153 „	0,351	0,229 „	0,453	0,180 „	1,399 „	1,810 „	**0,50**
0,55	0,700	0,167 „	0,723	0,160 „	0,345	0,218 „	0,450	0,172 „	1,347 „	1,771 „	0,55
0,60	0,675	0,172 „	0,698	0,164 „	0,348	0,208 „	0,408	0,165 „	1,297 „	1,728 „	0,60
0,65	0,651	0,176 „	0,674	0,168 „	0,350	0,199 „	0,409	0,159 „	1,249 „	1,683 „	0,65
0,70	0,627	0,180 „	0,648	0,170 „	0,354	0,191 „	0,410	0,155 „	1,204 „	1,633 „	0,70
0,75	0,603	0,181 „	0,623	0,172 „	0,357	0,185 „	0,411	0,151 „	1,162 „	1,583 „	**0,75**
0,80	0,579	0,182 „	0,598	0,171 „	0,361	0,180 „	0,413	0,148 „	1,123 „	1,529 „	0,80
0,85	0,556	0,181 „	0,574	0,170 „	0,368	0,177 „	0,414	0,146 „	1,087 „	1,474 „	0,85
0,90	0,532	0,180 „	0,549	0,167 „	0,374	0,174 „	0,416	0,145 „	1,054 „	1,417 „	0,90
0,95	0,517	0,178 „	0,524	0,164 „	0,386	0,173 „	0,418	0,145 „	1,025 „	1,358 „	0,95
1,00	0,487	0,174 „	0,499	0,159 „	0,392	0,173 „	0,420	0,145 „	1,000 „	1,297 „	**1,00**

Per valori di $\frac{a}{l}$ intermedi, interpolare linearmente.

Esempio: Per una via di corsa per gru di 10 campate percorsa da una gru a ponte elettrica con portata di 10 t si determinino i massimi momenti flettenti dovuti al carico mobile qui di seguito descritto:

campata $l = 8{,}00$ m
passo delle ruote $a = 2{,}40$ m
max pressione delle ruote $P = 9{,}40$ t

Conseguentemente: $\frac{a}{l} = \frac{2{,}40}{8{,}00} = 0{,}30$,

$Pl = 9{,}40 \cdot 8{,}00 = 75{,}2$ tm.

Dalla Tabella risulta:

momento agli appoggi $\begin{cases} M_I = 0{,}186 \cdot 75{,}2 = 13{,}987 = \text{ca. } 14{,}0 \text{ tm} \\ M_{II} = 0{,}153 \cdot 75{,}2 = 11{,}506 = \text{ca. } 11{,}5 \text{ »} \end{cases}$

momento in campata $\begin{cases} M_{1x_0} = 0{,}287 \cdot 75{,}2 = 21{,}582 = \text{ca. } 21{,}6 \text{ »} \\ M_{2x_0} = 0{,}226 \cdot 75{,}2 = 16{,}992 = \text{ca. } 17{,}0 \text{ »} \end{cases}$

max reazione di appoggio $T_1 = 1{,}937 \cdot 9{,}40 = 18{,}208 = \text{ca. } 18{,}2$ t.

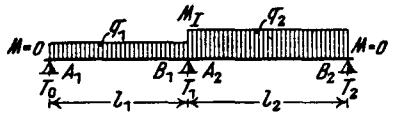
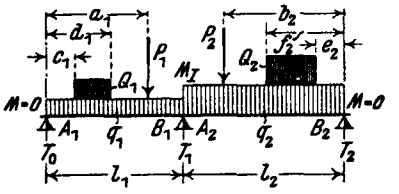
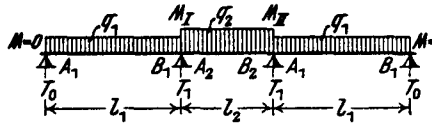
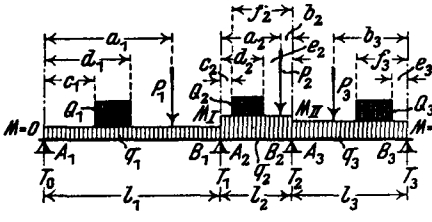
Le 8 campate intermedie si dimensioneranno secondo il momento flettente $M_{2x_0} = 17{,}0$ tm, le 2 campate terminali secondo il momento $M_{1x_0} = 21{,}6$ tm. I giunti si dispongono sugli appoggi dimensionando quelli estremi secondo M_I e gli altri sec. M_{II} (verificare la freccia).

---

[1]) Calcolo e conformazione costruttiva di vie di corsa per gru v. Bleich: Stahlhochbauten, Vol. 2, § 22 Die Kranlaufbahnen, p. 698 (*Berlino: Springer Edit.*). Steuding: Die Schwingung von Trägern bei beweglichen Lasten, *Ing.-Archiv, Vol. 5 (1934) p. 275.* Schallenkamp: Schwingungen von Trägern bei bewegten Lasten, *ibidem, Vol. 8 (1937) p. 182.* Bültmann: Der I-P-Träger als durchlaufender Kranbahnträger (Drillung von I-Trägern), *Der P-Träger 1941, fasc.1, p. 7.* Fritzsche: Eine vereinfachte Berechnung von Walzträgern für den Kranbau (Gebrauchsformen für reine Biegung u. Durchbiegung mit 9 Tafeln), *Fördertechnik, 1944 p. 67/72. Ulteriori dati v. Par. 10.3.*

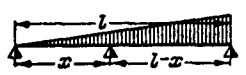
10. 2. 2. 2. 11. Travi continue su 3 e 4 appoggi con campate diseguali e con carichi qualsiasi (architrave da vetrina) [1])

a) Momenti e reazioni agli appoggi *).

Schema di carico	Momenti e reazioni totali agli appoggi
	$M_I = -\frac{q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3}{8 (l_1 + l_2)}$; $\max M_1 = \frac{T_0^2}{2 q_1}$; $\max M_2 = \frac{T_1^2}{2 q_2}$. Per $q_1 = q_2 = q$ si ha $M_I = -\frac{q}{8} \frac{l_1^3 + l_2^3}{l_1 + l_2}$. $T_0 = A_1 + \frac{M_I}{l_1}$; $T_1 = B_1 + A_2 - M_I \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right)$; $T_2 = B_2 + \frac{M_I}{l_2}$.
 Esempio di calcolo a *Par. 10.2.3.3.*	$M_I = -\frac{1}{2 (l_1 + l_2)} \left[\frac{\sum P_1 a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} + \frac{\sum P_2 b_2 (l_2^2 - b_2^2)}{l_2} + \frac{\sum Q_1 (c_1 + d_1) (2 l_1^2 - c_1^2 - d_1^2)}{4 l_1} + \frac{\sum Q_2 (e_2 + f_2) (2 l_2^2 - e_2^2 - f_2^2)}{4 l_2} + \frac{1}{4} \left(q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3\right) \right]$. $T_0 = A_1 + \frac{M_I}{l_1}$; $T_1 = B_1 + A_2 - M_I \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right)$; $T_2 = B_2 + \frac{M_I}{l_2}$.
	$M_I = M_{II} = -\frac{q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3}{4 (3 l_2 + 2 l_1)}$. Per $q_1 = q_2 = q$ si ha $M_I = M_{II} = -\frac{q}{4} \frac{l_1^3 + l_2^3}{3 l_2 + 2 l_1}$. $\max M_1 = \frac{T_0^2}{2 q_1}$, $\max M_2 = \frac{q_2 l_2^2}{8} + M_I$. $T_0 = A_1 + \frac{M_I}{l_1}$; $T_1 = B_1 + A_2 - \frac{M_I}{l_1}$.
 A_1, A_2, A_3 = reazioni **a sinistra** delle singole campate cosiderate come travi su 2 appoggi; B_1, B_2, B_3 = reazioni **a destra** delle singole campate considerate come travi su 2 appoggi; q_1, q_2, q_3 = carichi uniformemente ripartiti per m.	$M_I + M_{II}$ si deducono dalle equazioni: 1) $2 M_I (l_1 + l_2) + M_{II} l_2 = -\frac{\sum P_1 a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} - \frac{\sum P_2 b_2 (l_2^2 - b_2^2)}{l_2} - \frac{\sum Q_1 (c_1 + d_1) (2 l_1^2 - c_1^2 - d_1^2)}{4 l_1} - \frac{\sum Q_2 (e_2 + f_2) (2 l_2^2 - e_2^2 - f_2^2)}{4 l_2} - \frac{1}{4} (q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3)$. 2) $M_I l_2 + 2 M_{II} (l_2 + l_3) = -\frac{\sum P_2 a_2 (l_2^2 - a_2^2)}{l_2} - \frac{\sum P_2 b_2 (l_2^2 - b_2^2)}{l_2} - \frac{\sum Q_2 (c_2 + d_2) (2 l_2^2 - c_2^2 - d_2^2)}{4 l_2} - \frac{\sum Q_2 (e_2 + f_2) (2 l_2^2 - e_2^2 - f_2^2)}{4 l_2} - \frac{1}{4} (q_2 l_2^3 + q_3 l_3^3)$. $T_0 = A_1 + \frac{M_I}{l_1}$; $T_1 = B_1 + A_2 - M_I \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right) + \frac{M_{II}}{l_2}$; $T_2 = B_2 + A_3 + \frac{M_I}{l_2} - M_{II} \left(\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3}\right)$; $T_3 = B_3 + \frac{M_{II}}{l_3}$

*) I valori dei momenti agli appoggi vanno inseriti, nelle formule per il calcolo delle reazioni, col loro segno —.

I momenti in campata massimi si hanno nei punti in cui il taglio si annulla o cambia di segno. Calcolo dei momenti in campata e degli sforzi di taglio, *v. b) e c) di questo Paragrafo.*



[1]) Faerber: Berechnung des Trägers auf 3 Stützen mit veränderlicher Lage der Mittelstütze bei Dreiecksbelastung, *Bautechn. 1940, p. 285.* (Esposizione di un procedimento di dimensionamento semplice e di un grafico ausiliario)

b) Determinazione dei momenti in campata

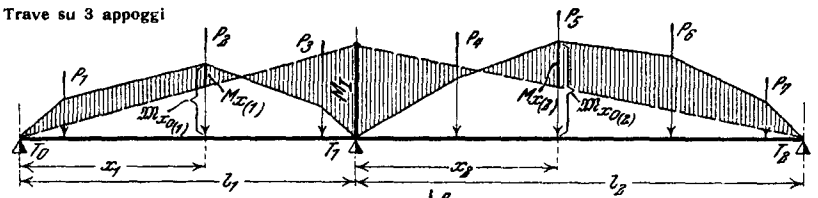
Il momento in campata M_x ad una distanza qualsiasi x dall'appoggio più vicino a sinistra è dato da:

Trave su 3 appoggi	Trave su 4 appoggi
Nella 1ª campata: $M_{x(1)} = \mathfrak{M}_{x_0(1)} + M_I \frac{x_1}{l_1}$;	Nella 1ª campata: $M_{x(1)} = \mathfrak{M}_{x_0(1)} + M_I \frac{x_1}{l_1}$;
Nella 2ª campata: $M_{x(2)} = \mathfrak{M}_{x_0(2)} + M_I \frac{l_2 - x_2}{l_2}$.	Nella 2ª campata: $M_{x(2)} = \mathfrak{M}_{x_0(2)} + M_I \frac{l_2 - x_2}{l_2} + M_{II} \frac{x_2}{l_2}$;
	Nella 3ª campata: $M_{x(3)} = \mathfrak{M}_{x_0(3)} + M_{II} \frac{l_3 - x_3}{l}$.

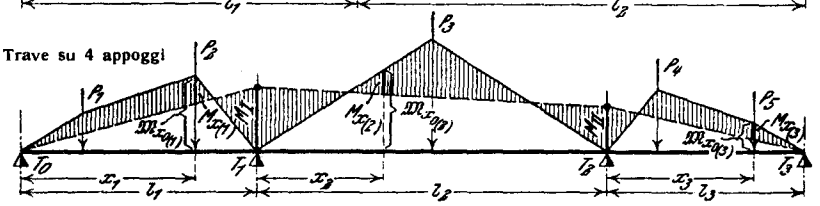
x_1 = distanza da T_0, x_2 = distanza da T_1, x_3 = distanza da T_2, $\mathfrak{M}_{x_0}$ = momento flettente della trave semplice nelle sezioni x_1, x_2, x_3 della trave semplicemente appoggiata.

Graficamente i momenti in campata possono essere determinati molto rapidamente. Tracciato il diagramma dei momenti semplici, ossia di quelli delle travi semplicemente appoggiate su 2 appoggi, si riportano su di esso i momenti sugli appoggi calcolati M_I, M_{II} e se ne collegano le estremità con segmenti di retta. Il momento in campata è dato dal diagramma incrociato.

Trave su 3 appoggi



Trave su 4 appoggi



c) Determinazione degli sforzi di taglio

Lo sforzo di taglio V_x ad una distanza qualsiasi x dall'appoggio più vicino a sinistra è dato da:

Trave su 3 appoggi	Trave su 4 appoggi
Nella 1ª campata: $V_{x(1)} = \mathfrak{B}_{x_0(1)} + \frac{M_I}{l_1}$;	Nella 1ª campata: $V_{x(1)} = \mathfrak{B}_{x_0(1)} + \frac{M_I}{l_1}$;
Nella 2ª campata: $V_{(x_2)} = \mathfrak{B}_{x_0(2)} - \frac{M_I}{l_2}$.	Nella 2ª campata: $V_{x(2)} = \mathfrak{B}_{x_0(2)} - \frac{M_I}{l_2} + \frac{M_{II}}{l_2}$;
	Nella 3ª campata: $V_{x(3)} = \mathfrak{B}_{x_0(3)} - \frac{M_{II}}{l_3}$.

$\mathfrak{B}_{x_0}$ = Sforzo di taglio della trave semplice nei punti x_1, x_2, x_3.

10. 2. 2. 3. Travi snodate Gerber [1])

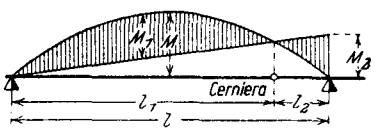
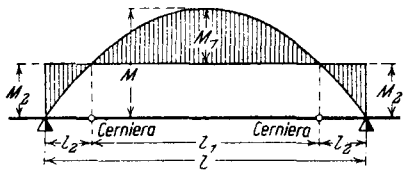
10. 2. 2. 3. 1. Generalità.

Le travi continue su n appoggi si possono rendere staticamente determinate inserendo, nelle campate, $(n-2)$ cerniere. Con una opportuna distribuzione di queste cerniere si può ottenere che i momenti sugli appoggi siano uguali ai massimi momenti in campata. Con ciò si raggiunge una uniformità nei massimi momenti e conseguentemente un'economia di materiale.

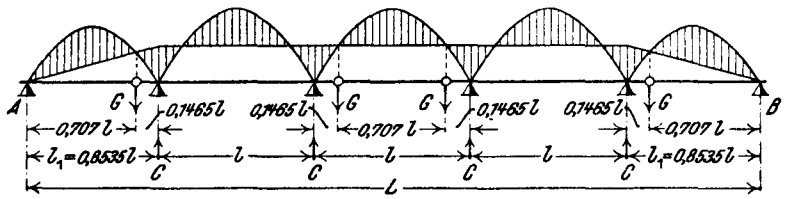
Il numero delle cerniere è uguale al numero degli appoggi intermedi.

La distanza delle cerniere dagli appoggi e la loro posizione nelle diverse campate dipendono dallo schema di carico e dal rapporto tra le diverse campate. Nelle coperture i controventi **non** devono interessare tratti di terzere comprendenti cerniere.

Per un **carico uniformemente ripartito** q è possibile stabilire dei criteri generali per la disposizione delle cerniere. Si distinguono due tipi di disposizione.

1° Caso: posizione della cerniera in una campata estrema	**2° Caso: posizione della cerniera in una campata intermedia**
	
Condizione: $M_0 = M_2$. Risulta: $l_1 = l\,(\sqrt{8}-2) = 0{,}8284\,l$, $l_2 = l\,(3-\sqrt{8}) = 0{,}1716\,l$, $M_1 = M_2 = \mathbf{0{,}6863}\,M = \mathbf{0{,}0858}\,q\,l^2$.	Condizione: $M_1 = M_2$. Risulta: $l_1 = \dfrac{l}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,l$, $l_2 = \dfrac{l}{2} - \dfrac{l}{4}\sqrt{2} = 0{,}1465\,l$, $M_1 = M_2 = \mathbf{0{,}5}\,M = \mathbf{0{,}0625}\,q\,l^2$.

Se una lunghezza di edificio L (*v. Figura qui sotto*) va suddivisa in n campate con la condizione che in tutte le campate il max$M$ sia lo stesso (sempre presupposto un carico uniformemente distribuito), si ottengono le campate e le posizioni di cerniere indicate in figura.



Dalla $L = (n-2)\,l + 2\,l_1$ con la campata estrema $l_1 = l - 0{,}1465\,l$ si ha:

$L = (n-2)\,l + 2\,l\,(1 - 0{,}1465)$ ossia $l = \dfrac{L}{n - 2 \cdot 0{,}1465} = \dfrac{L}{n - 0{,}293}$.

Per avere su tutte le campate come massimo momento flettente il momento $M = 0{,}0625\,q\,l^2 = \dfrac{q\,l^2}{16}$ occorre [2]) ridurre la distanza tra gli appoggi (o tra le capriate) delle campate estreme a $l_1 = 0{,}8535\,l$, cioè

per l =	**3,50**	3,60	3,70	3,80	3,90	**4,00**	4,10	4,20	4,30	4,40	**4,50**	4,60	4,70	4,80	4,90	**5,00**	m
si ha l_1 ca.	3,00	3,07	3,16	3,24	3,33	3,41	3,50	3,59	3,67	3,76	3,84	3,93	4,01	4,10	4,18	4,27	m
per l =	**5,00**	5,10	5,20	5,30	5,40	**5,50**	5,60	5,70	5,80	5,90	**6,00**	6,10	6,20	6,30	6,40	**6,50**	m
si ha l_1 = ca.	4,27	4,35	4,44	4,52	4,61	4,69	4,78	4,87	4,95	5,04	5,12	5,21	5,29	5,38	5,46	5,55	m

Reazioni agli appoggi $A = B = 0{,}3535\,q\,l$; $C = q\,l$; Reazione alla cerniera $G = 0{,}3535\,q\,l$.

10. 2. 2. 3. 2. Esecuzione delle travi Gerber

La disposizione delle cerniere deve avvenire secondo il criterio che le reazioni agiscano sempre nello stesso senso. Ciò si verifica quando ad una campata con cerniere ne segue una senza cerniere.

In tutti i tipi con campate uguali le travi terminali, dall'appoggio estremo alla cerniera più vicina, devono essere sempre più robuste delle restanti travi.

Risoluzione del 15. 1. 1937 del Comitato ETB del Comitato Tedesco di Normazione. La disposizione di una cerniera in ogni campata va evitata a causa del pericolo che ciò rappresenta per la stabilità della costruzione, in special modo in relazione alla protezione antiaerea. Ad ogni campata con cerniere ne deve seguire una senza.

---

[1]) Per l'impiego nell'edilizia osservare la DIN 1050 Par. 5.32.

[2]) Esperienze di Maier-Leibnitz, *Bautechn. 1929, p. 313, Stahlbau: 1936, p. 153* e di Schaim, *ibidem 1930. p. 13*, indicano che, nel caso di terzere, continue non è necessario inserire cerniere per ottenere momenti uguali nelle campate e sugli appoggi. Una terzera continua senza cerniere dimensionata secondo $M = \dfrac{q\,l^2}{16}$ ha la stessa portata di quelle con cerniere. Essa, però, ha sotto i carichi normali delle frecce minori, resiste meglio ai carichi non uniformi e richiede un lavoro di officina e di messa in opera più semplice.

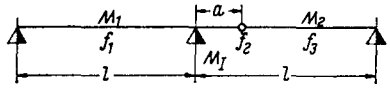
10. 2. 2. 3. 3. Momenti flettenti, sbalzi delle cerniere e frecce di travi Gerber con carico uniformemente ripartito q *)

Nelle equazioni seguenti si ponga: $\alpha = q\,l^2$ e $\beta = q\,\frac{l^4}{EJ}$

I. Due campate

$a = l\,(3 - \sqrt{8}) = 0{,}1716\,l$

$M_1 = MI = M_2 = 0{,}085\,79\,\alpha$



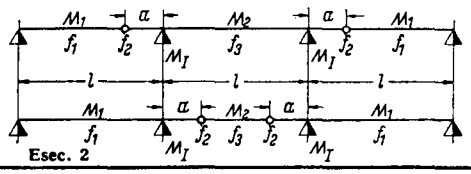
$f_1 = +0{,}007\,736\,\beta$

$f_2 = -0{,}001\,432\,\beta$

$f_3 = +0{,}006\,133\,\beta$

II. Tre campate

Esec. 1



Esec. 2

Esecuzione 1:

$a = \frac{1}{8}\,l = 0{,}125\,l$

$M_1 = 0{,}095\,70\,\alpha$

$MI = M_2 = \frac{1}{16}\,\alpha = 0{,}0625\,\alpha$

$f_1 = +0{,}007\,633\,\beta$

$f_2 = -0{,}000\,987\,\beta$

$f_3 = +1/92\,\beta = +0{,}005208\,\beta$

Esecuzione 2 :

$a = 0{,}2200\,l$

$M_1 = MI = 0{,}085\,579\,\alpha$

$M_2 = 0{,}039\,21\,\alpha$

$f_1 = +0{,}007\,736\,\beta$

$f_2 = -0{,}001\,589\,\beta$

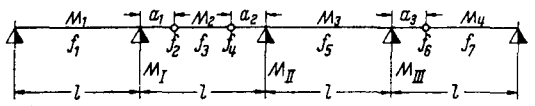
$f_3 = +0{,}001\,281\,\beta$

III. Quattro campate

$a_1 = 0{,}2035\,l$

$a_2 = 0{,}1569\,l$

$a_3 = \frac{1}{8}\,l = 0{,}125\,l$



$M_1 = MI = 0{,}085\,79\,\alpha$

$M_2 = 0{,}051\,13\,\alpha$

$MII = M_3 = MIII = \frac{1}{16}\,\alpha = 0{,}0625\,\alpha$

$M_4 = 0{,}095\,70\,\alpha$

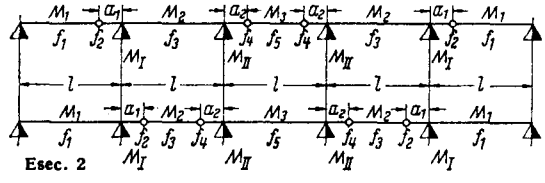
$f_1 = +0{,}007\,736\,\beta$, $f_2 = -0{,}001\,548\,\beta$, $f_3 = +0{,}002\,178\,\beta$, $f_4 = -0{,}001\,147\,\beta$

$f_5 = +\frac{1}{192}\,\beta = +0{,}005\,208\,\beta$, $f_6 = -0{,}000\,987\,\beta$, $f_7 = +0{,}007\,633\,\beta$.

Perché sia $M_1 = MI = MIII = M_4 = 0{,}085\,79\,\alpha$ deve essere $a_2 = 0{,}1716\,l$; allora diviene $M_2 = 0{,}051\,13\,\alpha \cdot l^2 = 0{,}051\,13\,\alpha$

IV. Cinque campate

Esec. 1



Esec. 2

Esecuzione 1:

$a_1 = \frac{1}{8}\,l = 0{,}125\,l$

$a_2 = 0{,}1465\,l$

$MI = M_2 = MII = M_3 = \frac{1}{16}\,\alpha$

$M_1 = 0{,}095\,70\,\alpha$

$f_1 = +0{,}007\,633\,\beta$, $f_2 = -0{,}000\,987\,\beta$,
$f_3 = +0{,}005\,208\,\beta$, $f_4 = -0{,}001\,097\,\beta$,
$f_5 = +0{,}003\,255\,\beta$

Esecuzione 2:

$a_1 = 0{,}2035\,l$

$a_2 = 0{,}1569\,l$

$M_1 = MI = 0{,}085\,79\,\alpha$

$MII = M_3 = \frac{1}{16}\,\alpha = 0{,}0625\,\alpha$

$M_2 = 0{,}051\,13\,\alpha$

$f_1 = +0{,}007\,736\,\beta$, $f_2 = -0{,}001\,548\,\beta$,
$f_3 = +0{,}002\,178\,\beta$, $f_4 = -0{,}001\,147\,\beta$,
$f_5 = +0{,}005\,208\,\beta$.

V. Più di 5 campate

a) Numero di campate dispari**)

Esecuzione 1:

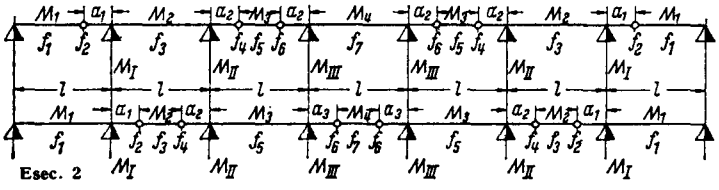
Esec. 1

$a_1 = \frac{1}{8}\,l = 0{,}125\,l$

$a_2 = 0{,}1465\,l$

$M_1 = 0{,}09570\,\alpha$

$MI = M_2 = MII = M_3 = MIII = \frac{1}{16}\,\alpha$



Esec. 2

Esecuzione 2:

$a_1 = 0{,}2035\,l$

$a_2 = 0{,}1569\,l$

$a_3 = 0{,}1465\,l$

$M_1 = MI = 0{,}085\,79\alpha$

$M_2 = 0{,}051\,13\alpha$

$MII = M_3 = MIII = M_4 = \frac{1}{16}\,\alpha$

$f_1 = 0{,}007\,633\,\alpha$ $f_2 = -0{,}000\,987\,\beta$,
$f_3 = +0{,}005\,208\,\beta$, $f_4 = -0{,}001\,097\,\beta$,
$f_5 = +0{,}003\,255\,\beta$, $f_6 = -0{,}001\,097\,\beta$,
$f_7 = +0{,}005\,208\,\beta$,

$f_1 = +0{,}007\,736\,\beta$, $f_2 = -0{,}001\,548\,\beta$,
$f_3 = +0{,}002\,178\,\beta$, $f_4 = -0{,}001\,147\,\beta$,
$f_5 = +0{,}005\,208\,\beta$, $f_6 = -0{,}001\,097\,\beta$,
$f_7 = +0{,}003\,255\,\beta$.

---

*) Calcolo delle unioni snodate, *v. Par. 4.3.2.*
Gli elementi (p. e. terzere) che sono contemporaneamente anche aste di controventi non devono avere cerniere nell'ambito dei controventi, sec. DIN 1050 Par. 5.52. Per le terzere destinate a sostenere delle piastre occorre curare, sec. il Par. 7.3 del Decreto di emanazione della DIN 1050, con adeguate misure, eventualmente con la limitazione della freccia, che esse mantengano la loro posizione primitiva.

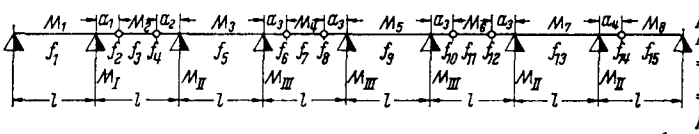
**) Per numero di campate pari *v. a pag. seguente.*

Continuazione: **Momenti flettenti, sbalzi delle cerniere e frecce di travi Gerber con carico uniformemente ripartito q**

Continuazione: **Più di 5 campate**

$a_1 = 0{,}2035\,l$
$a_2 = 0{,}1569\,l$
$a_3 = 0{,}1465\,l$
$a_4 = \frac{1}{8}\,l = 0{,}125\,l$
$M_1 = M_I = 0{,}08579\,\alpha$
$M_{II} = M_3 = M_4 = \frac{1}{16}\,\alpha = 0{,}0625\,\alpha$;

b) Numero di campate pari



$M_2 = 0{,}05113\,\alpha$;
$M_{IV} = M_5 = M_V = M_6 = M_{VI} = M_7 = M_{VII} = \frac{1}{16}\,\alpha$
$M_8 = 0{,}09570\,\alpha$

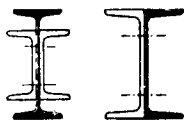
$f_1 = +0{,}007\,736\,\beta$; $f_2 = -0{,}001\,548\,\beta$; $f_3 = +0{,}002\,178\,\beta$; $f_4 = -0{,}001\,147\,\beta$; $f_5 = +\frac{1}{192}\,\beta = +0{,}005\,208\,\beta$;

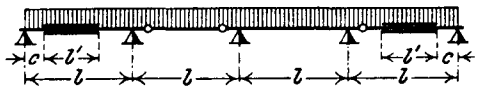
$f_6 = -0{,}001\,098\,\beta$; $f_7 = +0{,}003\,255\,\beta$; $f_8 = f_6 = -0{,}001\,098\,\beta$; $f_9 = f_5 = \frac{1}{192}\,\beta = +0{,}005\,208\,\beta$;

$f_{10} = f_{12} = -0{,}001\,098\,\beta$; $f_{11} = f_7 = +0{,}003\,255\,\beta$; $f_{12} = -0{,}001\,098\,\beta$; $f_{13} = \frac{1}{192}\,\beta = +0{,}005\,208\,\beta$;
$f_{14} = -0{,}000\,987\,\beta$; $f_{15} = +0{,}007\,633\,\beta$.

Se $a_1 = a_2 = a_3 = 0{,}1465\,l$, $a_4 = 0{,}125\,l$, allora $M_I = M_{II} = M_{III} = M_2 = M_3 = M_4 = q\,\frac{l^2}{16}$, $M_1 = M_5 = 0{,}0957\,q\,l^2$.

(vedasi anche DIN 1050 Par. 5.52)



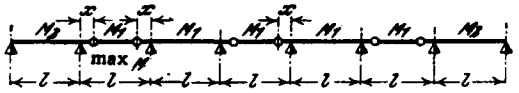


Il rinforzo si ottiene, nelle terzere a I e a C, per mezzo dei ferri a C inseriti alla distanza $c = 0{,}18\,l$ disposti come indicato qui accanto e lunghi almeno $l' = 0{,}515\,l$.

Se la disposizione delle cerniere viene scelta in modo da avere la stessa freccia nella trave sospesa e in mezzeria di quella con gli sbalzi — importante specialmente nelle terzere su campate lunghe e per coperture delicate — i momenti risultano diversi.

La **freccia uguale in tutte le campate** è in tal caso $f = \frac{0{,}0026\,Q\,l^3}{EJ}$, in cui

$Q = q\,b\,l$ = carico complessivo sulle terzere (b = larghezza di carico di 1 terzera).



Le cerniere vanno disposte alla distanza $x = 0{,}2113\,l$ dagli appoggi e la campata della trave sospesa risulta di $0{,}5774\,l$. I momenti sono:

Sugli appoggi: $\max M = 0{,}0833\,Q\,l$; nelle campate: $M_1 = 0{,}04167\,Q\,l$ e $M_2 = 0{,}0868\,Q\,l$.

Con questa disposizione si raggiunge una riduzione della freccia di circa il 50%, a costo, però, di momenti maggiori (circa del 33%) e conseguentemente di un maggior peso delle terzere.

Se W_{xM_1} è il modulo resistente delle terzere snodate intermedie, l'aumento del modulo resistente necessario nelle campate estreme è $W'_x = 0{,}5312\ W_{xM_1}$.

Terzera I PE	Modulo resistente necessario $W_x = W_{xM_1} + W'_x$ cm³	Rinforzo con 2 C	Risulta W_x cm³	Terzera I	Modulo resistente necessario $W_x = W_{xM_1} + W'_x$ cm³	Rinforzo con 2 C	Risulta W_x cm³	Terzera C	Modulo resistente necessario $W_x = W_{xM_1} + W'_x$ cm³	Rinforzo con 1 C	Risulta W_x cm³
(80)	30,6	40	34,3	(80)	29,9	50	32,6	80	40,6	80	53,0
(100)	52,4	50	55,4	(100)	52,4	65	57,2	100	63,1	100	82,4
120	81,2	65	88,4	120	83,8	80	90,0	120	92,9	120	121
140	118	80	130	140	125	100	141	140	132	140	173
160	167	100	191	160	179	120	208	160	178	160	231
180	224	100	228	180	247	140	295	180	230	180	300
200	297	120	315	200	328	140	335	200	292	200	382
220	386	140	425	220	426	160	446	220	375 *)	220	489
240	496	140	497	240	542	180	579	240	459	240	600
270	657	160	661	260	677	200	735	260	568	260	742

*) Basta anche una sezione a I C della misura immediatamente inferiore.

[1]) Nelle campate estreme va raggiunta la stessa freccia mediante rinforzo dei profilati.